

八十四學年度 工業工程 所甲-乙-丙 組碩士班研究生入學考試

科目 機率與統計 科號 2701 共 4 頁第 1 頁 \*請在試卷【答案卷】內作答

(20分)

1. Assume that you are an engineer for a car manufacturer. Your job is to design a new disk for front disk brakes that is more durable than the one currently in use. For your study you select a sample of 10 brand-new cars that are all of the same type. The following table shows the disk's performance, which is measured by the the loss of the material on the disk.

|                | cars |   |   |   |   |   |   |   |   |    | sample mean       | squared of sample variance |
|----------------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-------------------|----------------------------|
|                | 1    | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |                   |                            |
| New disk $Y_1$ | 7    | 3 | 3 | 4 | 8 | 3 | 2 | 9 | 5 | 4  | $\bar{Y}_1 = 4.8$ | $S_1^2 = 5.7333$           |
| Old disk $Y_2$ | 6    | 3 | 5 | 3 | 8 | 2 | 4 | 9 | 4 | 5  | $\bar{Y}_2 = 4.9$ | $S_2^2 = 4.9889$           |

Answer the following questions: Use  $\alpha = 0.05$  for any test.

(15分)

- (a) Make inferences about the difference in the mean loss of the material for the new and old disk, assuming that car effect is negligible. (Make any appropriate assumptions if you need).
- (b) Make inferences about the difference in the mean loss of the material for the new and old disk, assuming that car effect cannot be ignored. (Make any appropriate assumptions if you need).

2. Draw the probability density function (pdf) for

- (a) Normal random variable with mean 0 and variance 1, Normal random variable with mean 0 and variance 2, Normal random variable with mean -1 and variance 1. (Note. draw three plots in one figure)
- (b) Gamma random variable with parameters  $\alpha = 1, \beta = 1$  and Gamma random variable with parameters  $\alpha = 3, \beta = 1$ . (Note. draw two plots in one figure)

The pdf of a Gamma random variable, with parameters  $\alpha$  and  $\beta$ , is

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)}, & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (c) Beta random variable with parameter  $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$  and Beta random variable with parameter  $\alpha = 5, \beta = 5$ , (Note. draw two plots in one figure)

The pdf of a Beta random variable, with parameters  $\alpha$  and  $\beta$ , is

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

八十四學年度 工業工程 所甲、乙、丙 組碩士班研究生入學考試

科目 機率與統計 科號 2701  
2801  
2902 共 4 頁第 2 頁 \*請在試卷【答案卷】內作答

3. 令  $X_1, X_2$  分別表示在一週內，工人 I 和 II 實際工作的時間比例，這兩個隨機變數的聯合機率密度函數為  
 (20分)

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1 + x_2 & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- 求  $P(X_1 < 1/2, X_2 > 1/4)$
- 求  $P(X_1 + X_2 \leq 1)$
- 求  $X_1$  的邊際機率密度函數(marginal pdf)
- 求  $X_2$  的邊際機率密度函數(marginal pdf)
- 求  $X_1, X_2$  的相關係數
- $X_1, X_2$  是相互獨立嗎？
- 求  $P(X_1 > 0.75 | X_2 = 0.5)$

4. 假設一轟炸機的轟炸目標是一個半徑為一哩的圓的中心，一枚炸彈會隨機落在這個圓內的任一點，而炸彈會摧毀在落點 1/2 哩範圍內的所有物體，則炸一次目標被摧毀的機率有多大？  
 (17分)

5. 基本上醫生是根據病人所呈現的症狀來找出病因，當然不同的疾病有可能產生相同的症狀，因此醫生如果能觀察愈多的症狀，就愈不容易發生誤診的現象。全民健保後，有許多診所的看病人數暴增，相對的所能花在診斷上的時間就愈少了，醫生往往就更需要憑以往的經驗作迅速的判斷；今假設有兩種疾病 A 和 B，皆有可能產生嘔吐或發高燒、或兩者都有的病症，而某醫生所累計的病例統計如下：  
 (10分)

|   | 病歷人數  | 有嘔吐、發高燒、<br>或兩者之症狀者 |
|---|-------|---------------------|
| A | 9,600 | 6,400               |
| B | 6,400 | 4,800               |

某病人經診斷後具有上述之症狀，在沒有充分時間作更詳細檢查之下，請問較合理的診斷應該是那一種疾病？（請詳細說明）

八十四學年度 工業工程 所甲乙丙 組碩士班研究生入學考試

科目 機率與統計 科號 2701 共 4 頁第 3 頁 \*請在試卷【答案卷】內作答

6. 假設  $X$  為一連續隨機函數，其機率分配為

(20分)

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - A & , 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

試求：(1)  $A$  之值

(2) 累積分配函數  $F(x)$ ，並繪其圖

(3)  $P(1 \leq X \leq 3)$

(4)  $E[X(1-X)]$

7. 假設高速公路在某一定點設有隱藏式照相機，而在塞車時段通過此一定點的汽車呈現「卜瓦松分配」，速率為每30秒通過一部，根據統計，有百分之二的駕駛在塞車時會喪失耐性而走路肩並被照相機照到，假設某日此路段連續塞車達一個小時，請問至少有10部車因走路肩被開罰單的機率有多大？

(8分)

