

八十六學年度 物理

系 (所)

物理
應用

組碩士班研究生入學考試

科目 近代物理

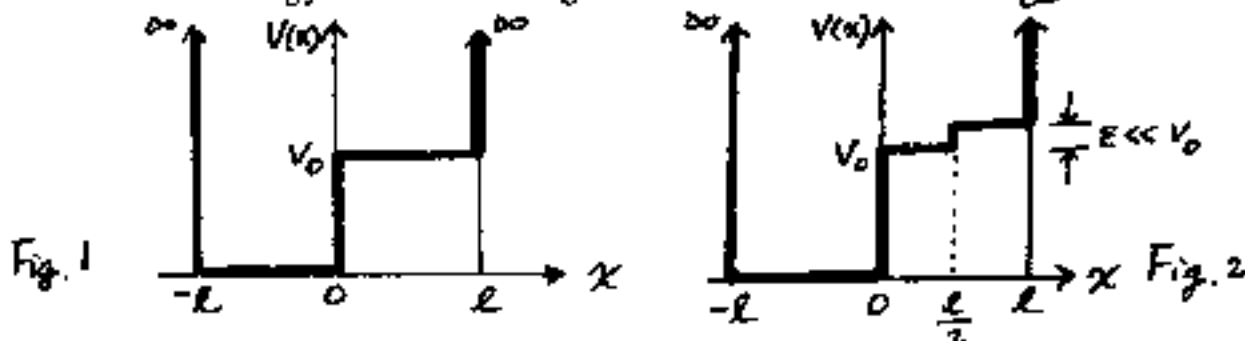
科號 0401
0501

共 2 頁

第 1 頁 *請在試卷【答案卷】內作答

1. (10分) 請證明溫度為 T 的黑體，每單位時間、面積輻射出的能量和 T^4 成正比。並據以估記一般成人每天由於黑體輻射喪失多少能量 (提示：即使你不會第一部份，仍然可以根據太陽光來估計 T^4 的係數大小 - 已知太陽表面溫度 $T = 6000K$ ，太陽輻射在地球表面的強度和我們站在距離 100 Watt 燈泡 1cm 處的強度差不多，又太陽半徑跟它和地球的距離比也可以用視角估計)

2. (20分) A particle of mass m is confined in an one-dimension box. Potential energy inside the box is shown in figure 1.
 (a). Please solve the Schrödinger equation and find all the normalized eigenfunctions and the corresponding energies.
 (b). If the particle is in the ground state, what is the kinetic energy of the particle?
 (c). A small perturbation is applied such that the potential is shown in figure 2. Please calculate the first order energy shift of the ground state.



3. (20分) A spin- $\frac{1}{2}$ particle of mass m is in a three-dimension harmonic potential, $V(x, y, z) = \frac{k}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$.
 (a). Please find the energies and degeneracies of the ground state, and the 1st and 2nd excited states.
 (b). Show whether \hat{L}^2 and \hat{L}_z commute with Hamiltonian. (\hat{L} is the orbital angular momentum and \hat{L}_z its z-component.)
 (c). What are the possible expectation values of \hat{L}^2 and \hat{L}_z of the 1st and 2nd excited states?
 (Hint: consider the degeneracy found in (a).)
 (d). Let $\phi(x, y, z)$ denote the single-particle ground state spatial wavefunction and χ_+ (χ_-) denote spin-up (down) state. Another identical particle is put in this potential. Neglect the interaction between the particles. What is the two-particle wavefunction (spatial coordinate plus spin coordinate) of the lowest total energy of the system?

八十六學年度 物理 系(所) 物理 組碩士班研究生入學考試
 科目 近代物理 科號 0401 共 2 頁第 2 頁 *請在試卷【答案卷】內作答

- 4.(5分) (a). Show that for two hermitian operators, \hat{A} and \hat{B} , the product $\hat{A}\hat{B}$ is hermitian if the two operators commute.
 (b). Given a hermitian operator \hat{A} , show that $\langle \hat{A}^2 \rangle \geq 0$.
 (c). Explain why all measurable physical quantities are hermitian operators.

5.(10分) 如用 $\phi_n(kx)$ 和 E_n (where $k^2 \equiv mK$ and $n=0,1,2,\dots$) 代表質量為 m 的單粒子在位能 $V(x) = Kx^2/2$ 下的 eigenfunctions 和 eigenvalues, 那對於兩個質量同樣為 m 、無法區分的量子粒子, 假設它們的自旋波函數都是對稱的。下列情況的 eigenfunctions 和 eigenvalues 為何?

- (a). 位能為 $\frac{K}{2}[(x_1)^2 + (x_2)^2]$ 的兩個費米子 (x_1, x_2 分別標示這兩個粒子的位置)
 (b). 位能為 $\frac{K}{2}(x_1 - x_2)^2$ 的兩個波色子。

6.(10分) 日常經驗告訴我們 (a). 螞蟻移動的速度跟它在任一時刻的位置應該都可以量的很準確; (b). 作簡諧振動的彈簧, 能量最低的態應該是 $E=0$, 沒有什麼 $E = \hbar\omega/2$ 。請問量子力學的測不準原理, $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ 如何跟這些經驗妥協? 如何推導證明測不準原理?

- 7.(10分) (a). 如何理解 spin-orbit coupling?
 (b). 如何理解在多電子原子中, $4s$ 軌域要比 $3d$ 先填?
 (c). He 、 H_2 和 B_2 的基態電子波函數, 以及 H_2 的基態質子波函數分別是 singlet 或 triplet? 請給出簡單的物理解釋。
 (d). He 的激發態由於電子之間的庫侖位能而分裂成 singlet 和 triplet, 那一個的能量較低? 物理原因?
 (e). 請推導 H_2 的振動和轉動能階形式, 並比較它們和氫原子電子能階的大小。

8.(15分) 請摘要地解釋以下名詞的內容:

- | | |
|--------------------------|---------------------------------|
| (a). exchange energy | (b). Zeeman effects |
| (c). Hund's rules | (d). Fermi Golden rule |
| (e). selection rules | (f). Stark effect |
| (g). hyperfine splitting | (h). de Broglie wavelength |
| (i). fermion and boson | (j). triplet and singlet states |