

八十八學年度 統計 系(所) 組碩士班研究生招生考試

科目 統計學 科號 0303 共 2 頁第 1 頁 *請在試卷【答案卷】內作答

- (15%) 1. 設 X_1, X_2, \dots, X_n 之分配，對位置參數 θ 對稱，又設 $\hat{\theta}$ 為 $\frac{1}{2}(X_i + X_j)$ ； $1 \leq i \leq j \leq n$ ，之中位數。
- (i) 當 $n=3$ ，試證 $\hat{\theta} = \frac{1}{4}(X_{(1)} + 2X_{(2)} + X_{(3)})$ ，其中 $X_{(i)}$ 為序統計量。
- (ii) 試證 $\hat{\theta} - \theta$ 之分配與 θ 無關。
- (iii) 試敘述(ii)在估計理論之應用。

- (10%) 2. 一袋中有 r 個紅球， b 個白球。欲估計紅球比率 $p = \frac{r}{r+b}$ ，若採用取後放入抽樣(Sampling with replacement)，在作 n 次抽樣當中，抽得 y 次紅球，則 p 之估計量為 $\hat{p} = y/n$ ，試問 \hat{p} 之期望值及變異數是否隨 n 變化？並討論 \hat{p} 是否具一致性(consistency)。

- (15%) 3.
- (i) 試敘述採用線性迴歸模式： $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ， $i=1, 2, \dots, n$ ，之意義及其必要假設。
- (ii) 試導出 α 及 β 最小平方估計量 $\hat{\alpha}$ 及 $\hat{\beta}$ 。
- (iii) 試導出 $E(\hat{\alpha})$ ， $E(\hat{\beta})$ ， $V(\hat{\alpha})$ 及 $V(\hat{\beta})$ 。

- (10%) 4. 為檢驗 A, B 牌子汽車何者較為省油，選擇 9 輛 A 種車，15 輛 B 種車，各以 80 公里時速用同一牌子汽油跑 350 公里，其試驗結果， A, B 兩種汽車各耗費汽油加侖數的平均數及變異數分別為：

	樣本平均數	樣本標準差
A	$\bar{x}_1 = 8.9$	$s_1 = 1.09$
B	$\bar{x}_2 = 7.8$	$s_2 = 0.87$

試問上述那些資料可得何種結論？設耗油加侖數均為常態分配。

$$\Pr(t_{21} > 1.721) = \Pr(t_{22} > 1.717) = \Pr(t_{23} > 1.714) = \Pr(t_{24} > 1.711) = 0.05$$

國立清華大學 命題紙

八十八學年度 統計 系(所) 組碩士班研究生招生考試

科目 統計學 科號 0303 共 2 頁第 2 頁 *請在試卷【答案卷】內作答

- (10%) 5. 敘述並證明 Neyman-Pearson Lemma.
- (10%) 6. 某班級有 50 人，月考時共考 5 個科目，每科目的成績是 0 到 100 分。假設每人的得分是均勻分配。現在某生每科目都得 80 分(所以單科目名次大約是第十名)，那麼該生 5 科合計的名次大約是多少？為什麼？
- (10%) 7. 某民意調查發表結果說，“...，在 1068 個樣本(點)中，支持甲候選人的比率是 25%，95%誤差是 $\pm 3\%$ ，...”，你認為 $\pm 3\%$ 是怎樣算出來的呢？是不是有其他方式？是不是較好呢？
- (10%) 8. 假設

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & 0 < x < \theta, \quad 0 < \theta < \infty \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

試求其 maximum likelihood estimator $\hat{\theta}$ 。 $\hat{\theta}$ 是不偏(unbiased)嗎？ $\hat{\theta}$ 是一致(consistency)嗎？為什麼？

- (10%) 9. 在贊成核四興建的議題中，某機構調查 1330 人的結果如下：

	贊成核四	無意見	反對核四
支持甲黨	210	400	100
支持乙黨	150	350	120

支持或者是反對核四興建是不是和政黨支持獨立呢？

$$\Pr(\chi_1 > 3.84) = \Pr(\chi_2 > 5.99) = \Pr(\chi_3 > 7.81) = 0.05$$

$$\Pr(\chi_4 > 9.49) = \Pr(\chi_5 > 11.1) = \Pr(\chi_6 > 12.6) = 0.05$$

$$\Pr(\chi_1 > 6.63) = \Pr(\chi_2 > 9.21) = \Pr(\chi_3 > 11.3) = 0.01$$

$$\Pr(\chi_4 > 13.3) = \Pr(\chi_5 > 15.1) = \Pr(\chi_6 > 16.8) = 0.01$$