

再論智慧發育的公式

陸志章

作者曾于民國十五年教育雜誌的兒童心理專號報告兒童的智慧發育的公式,大致說到:

$$\text{智慧分數} = 79 \log (\text{實足年齡} - 4) - 23.5.$$

此公式中每一單位等于 $\frac{1}{10}$ 均方差,以 $12\frac{1}{2}$ 歲的兒童為基礎。公式的正確到何種程度頗不敢說,因為在此等粗率的工作上,小差異不發生大關係。以現在心理測驗的正確度而論,這公式未始不可應用。當作者報告的時候,西洋沒有正式的材料可相比較,只有 Pintner 與 Toops 曾經用過大同小異的方法規定各年齡間的均方差距離。比較之下中外成績的符合實在出人意料之外。總而言之,將來所應用的公式雖必隨時改變,甚至不再見有對數式,可是下列幾點似已證明:(1)智慧與年齡的關係不是直線式的;(2)也不在某年齡突然改變的;(3)智慧發育的停止期不能像現在西洋 Binet 制的假定一個年齡;(4)以差異數為單位時,智慧發育的速度依年齡而遞減。

這一年來,西洋仍沒有相當的報告發現,然而有兩本關於測驗的大著作出版,都曾正式的分析這個問題。一本是芝加哥大學教育心理學教授 F. N. Freeman 先生的 Mental Tests, Their History, Principles and Applications, (1926), 其第十三章討論心理測驗與心理發育的關係。又一本是哥倫比亞大學師範院教育研究部出版的 The Measurement of Intelligence, (1

一, 就是類似 Binet 原式的個人測驗,內容頗注重語言文字。

927),由 E. L. Thorndike 先生主編,其第十七章的題目是智慧的高度與廣度如何隨年齡而改變,(其中關於本題的是論智慧高度的一部分)。這兩位先生的結論都是值得我們的注意的。他們所引用的材料並且強半相同。可是所得的結論相差極遠。Freeman 一再申明曲線的形式跟着各種情景而變化。他特殊的提出:(1)所測驗的能力是何性質,(2)測驗的內容難易若何,(3)所測驗的是單種能力或是好幾種能力的複合。這三種當然是極重要的前提,可是我們的討論先假定(1)所測驗的是複合的能力,就是通常所謂“智慧,”就是像 Binet 那一類的測驗的內容所代表的東西;(2)測驗的性質除了不注重肌動外,不偏重任何方面;(3)測驗的難易的差異相當于所測驗的年齡。如果不嫌名詞的混沌,我們不妨說所要規定的是“普通智慧”發展的曲線。

有此了解,再看 Freeman 先生的結論:“全國智慧測驗根基于三萬七千種成績,頗跡近一條直線。Otis 團體智慧測驗根基于二萬五千種成績,在十歲與十八歲之間頗跡近一條直線^二”。此外他又有他種引證,並說:“據各種團體記分量表^三所測量,能力的發展最宜用直線代表,其有差異之處,顯因有種種和智慧發展不相干的理由。有時某曲線在某處和直線有大差異,換一條曲線,情形就相反。差異的由來,非測驗的性質不適當于所測量的團體,即因人選有所偏倚^四。”(這最後的批評似乎不能加于中國訂正史納的成績或是前文所引 Pintner 與 Toops 的計算,或是下文所討論的情形)。

可是 Thorndike 先生開頭一句話就說,照他們自己試驗的

二, Freeman, F. N.: *Mental Test, Their History, Principles and Applications*, pp. 388-389.

三, 譯按此處所謂團體記分量表,乃指測驗團體用者,而計算成績之法,乃用分數,不用心理年齡者。

四, 同註二, p. 341

成績，智慧高度的曲線是拋物線式的。拋物線與對數線孰是孰非，暫且不論。他又引用好幾家的成績，其中有二種就是 Freeman 先生所引的全國智慧測驗與 Otis 團體智慧測驗。他的結論仍是“這些定數趨向于拋物線。”^五據各種成績，都不見得十四歲以前進步逐年相等，而十四至十八歲突然減少。進步如果是直線式的，到某年齡必有突然的變化。

大凡研究同一問題，引據同一的材料而得到幾乎相反的結果，手續上必有誤會之處。誤會明是在 Freeman 先生的方面的，因為他所引用的各家智慧分數表本不預備他為畫曲線之用，而他並沒有把他們修改，就即假定那些分數已有一定的意義。分數的意義基根于單位的清楚與否，各單位必互相等，否則一加一不等于二時，何必畫什麼曲線來代表？我們知道智慧測驗的草分數跟着測驗內容的多少難易，可以隨時改變。某種難度的問題多幾個或多給些分數，相當于該難度的年齡就多佔便宜；所表現的智慧發展也就大急進。反而言之，相當於該年齡的問題如果少些，或每問所給分數少些，該年齡的發展即現停滯之狀。用草成績畫曲線時，無論直線，對數線，拋物線，指數線，都有發現的可能，也都不實在代表什麼。故此 Freeman 先生所肯定的直線是可有可無的。（實際上即以草成績而論，原書所引各線也未必都是直線，所舉 Pressey 測驗的線^六尤是例外）。

論到智慧測驗定分所用的單位，比較的可靠的只有根據團體的離中趨勢；又因統計上應用數學的關係，均方差尤較為合用。作者在前文所報告的曲線就用均方差為單位，

五，Thorndike, E. L. : The Measurement of Intelligence, p. 466.

六，同註二，p. 259.

敢信現在沒有較此更適宜的量法。所可惜的，製定標準時，沒有用到 $\frac{1}{2}$ 均方差，以致後來從B分數轉變為IQ的手續上，只能得到偶數而沒有奇數，($B \times 2 = IQ$ 。這IQ當然不等同于從心理年齡得來的商數，或者須另給一個名詞)。可是從IQ的正確度^七看來，這種差別真無關係。

然則所用的均方差應是那一個團體的均方差呢？中國的測驗用12½歲的兒童的均方差。所謂一分T，等于12½歲的 $\frac{1}{2}$ 均方差。這種假定本出于不得已。理論上尚有他種可能，或比這假定更為妥當，例如所測驗的一般人的差異數，或某某幾個年齡的差異數的某種平均，可是這兩個例子各有其不便之處。全團體的平均數較某指定年齡的平均數更難正確，因為免不了人選不平的影響；十四五歲以上，五六歲以下的年齡，尤其如此。與其分配的兩端沒有根據因而影響平均數與均方差，還不如指定一個人選最得當的年齡為好。至于把幾個年齡的差異數加起來得一平均，困難在乎如何加法。如果各差異數不約略相等，平均時總有偏重之弊。一加權則問題更複雜，因為又多了一種假設。反而言之，如果各差異數約略相等，那麼用其一個就得了，何必平均呢？

中國測驗上T表和B表的規定時，就假定各年齡的差異數實際相等。當時沒有可靠的成績能證明這一段手續是正當的。現在可勉強和美國的報告相比較。然而在沒有比較以前，我們須先聲明：各年齡的差異數即使相差很遠，我

七，照中國的計算法，每年齡的平均智慧分數等於50。比平均高出 $\frac{1}{2}$ 均方差者得51分。此等分數即所謂B分數。其法略見廖陳測驗概要。據西洋計算法，平均智慧分數等於100分，即IQ平均100分。故此不妨說 $B \times 2 = IQ$ 。但IQ得自心理年齡與實足年齡的比較，而B分根據12½歲的均方差。二者來歷不同，大可注意。

們仍可假定某一年齡的均方差為標準，不過說話上較為抽象些而已。例如說十歲的智慧與十三歲的智慧相差 $14T$ ，即使十歲的均方差不等於十三歲的均方差，這 T 仍有一定的意義，就是 $12\frac{1}{2}$ 歲的均方差。各年齡的均方差如果真是約略相等的，那就更便利了。一個 T 是一個 T ，不論在那一年齡。

美國人研究年齡與差異的關係，也在這幾年才起頭。這個問題實在只是智慧發育的問題中的一小節，而在用慣IQ的人，IQ的永久性與差異數的永久性又另成一種關係，故此問題更為重要。Thorndike先生與Freeman先生都曾論到這個問題。Thorndike的調查，以年級為本位，但如以年齡為本位，差別也不會很大。他共引了十四家的成績，所包含的人數自53至5952不等。據前書第九章最後的結論，如以九年級（美國舊制中學一年或初中三年）的均方差為1.00，則其他各年級的差異如下：

5 $\frac{1}{2}$ 年級	.98
6年級	.96
9年級	1.00
12年級	1.00
13年級（大學一年）	1.02
17年級（大學畢業生）	1.03

表中各數間最大的差別是7%。這一點小分別徹底的有何影響頗不易說，可是以現在的應用而論，各年級的差異數似很有永久性。

Freeman也說，^九“以複合測驗的分數而論，變異並不^{一〇}(以年齡而)增加，乃是永久的。”他所採集的材料沒有一種和Thorndike相同，並且以年齡為標準，應得對於中國的量表更有關係。可惜他只彙集了各年齡的均方差數，或是中央五十分的差數 (Interquartile range)，而沒有註明平均數。他所引用的各量表並且單位不互相等，除非我們把各家的報告 (或竟須全部的草成織)，從新考查，簡直不能批評Freeman先生的結論是否得當，或與我們所討論的問題有何關係。照表面看來他的結論正是我們所希望的。

總而言之，我們雖不能證明變異數的永久不變，同時假定他是不變的斷無大錯誤。所應注意的，Freeman的話不易解釋已如上述；而Thorndike的比較表上各數都根據好幾種測驗的平均，並非每種測驗上都能證實均方差的實際永久性。例如六年級與九年級的差異雖為1.00與.96之比，但這比較乃為八種比較的平均，其中有大至1.00與1.32之比的，有小至1.00與.76之比的。把這樣的成績應用到特種測驗上，未免有些危險。好在像上面已經說過，變異數就不約略相等，也沒有論理上的大妨礙，因為T仍有一定的意義。

經過以上的討論，現在可申明本文的基本論旨：就是在單位相等的曲線或倚數上，智慧的發育斷不會是直線形的。他的速度定是逐年減少的。

至於公式的形式是像我們前文所說的對數式的呢，還是像Thorndike所說的拋物式的呢？這個問題我們以為現在無回答必要。“拋物線”還只是一句空話，究不知公式如

九，同註二，P. 353.

一〇，複合測驗(如Binet或種種現行的團體測驗)乃對於單種測驗(如記憶視覺等類)而言者。

何。對數線也只有大概的規定,可是從六歲到十六歲的進步比較的已經可以正確的代表。我們不如把無聊的數理問題暫且擱置,而把成績比較一下。

關於這一端, Thorndike 自己研究的成績還不曾報告。他把全國智慧測驗, Otis 團體測驗, 和 Haggerty Delta 2 三種分數平均起來, 從十歲到十五歲得到頗詳細的記錄。他又假定這五年的進步為 100%, 又按年把這 100% 支配。此外他又修改 F. D. Brooks 在 “Changes in Mental Traits with Age, determined by Annual Re-tests” (1921) 書裡所報告的同樣的成績, 也把十歲到十五歲的進步按年支配。這兩項計算可並列於下:

年齡	Thorndike	Brooks	按照中國公式
10-11	26.5%	28.2%	25.4%
11-12	24.4	19.5	22.0
12-13	22.7	18.9	19.4
13-14	18.5	17.9	17.4
14-15	10.75	15.5	15.7

表中第三行按照中國對數公式計算這五年進步。從十至十五歲相差 20.8 T (即 2.08 均方差), 而各年齡所支配的百分比如此。這三項數目雖有些分別, 大概的趨勢是相同的。我們須記得這些數目的差別即使大至於 5%, 實際還不够一個 T 分。如果這三項進步都像下面照着 T 分計算, 他們的分別就覺得很小。Brooks 的成績和中國的 T 表更為相近, 不妨同稱為對數式的。可是 Thorndike 先生將來如果能給我們一個拋物線的公式, 對於成績更為吻合, 而且計算起來更為便利, 那就更好了。

年 齡	Thorndike	Brooks	按 照 中 國 公 式
11-11	5.5%	5.9%	5.3%
11-12	5.1	4.1	4.6
12-13	4.7	3.9	4.0
13-14	3.2	3.7	3.6
14-15	2.2	3.2	3.3
