

大於光速下的物理量

羅正忠 75級

如果我們不否定物理量中含有虛部的觀念，只認定實際儀器無法測出這些虛物理量，則在 $v > c$ 的某些物理狀態便能藉數學的演算而推導出來。

一、對一個 physical observable，吾人設其包括實部及虛部，而可度量到的觀察值應為實部，但規定整個 physical observable 的結構應由實部及虛部之和所組成的，例如一個粒子的位置，應寫成 $X = X_R + i X_I$ 。

依 Lorentz transformation 得知，於不同的座標系間互相轉換時，常伴隨有 $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ 的因數出現，在愛因斯坦的理論中， $v > c$ 會使 $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ 變成虛數，原來的物理量一經轉換即變成虛數，這是大家最無法忍受的結果。

如果令 observable $A = A_R + i A_I$ 其中 $A_R, A_I \in \mathbb{R}$

$$\text{則得} \quad A \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = (A_R + i A_I) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

經過適當的對應，則可免於虛物理量的悲劇。

$$\text{例如} \quad x = (x' + vt') \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

$$\text{其中} \quad x' = x_R' + i x_I' \quad t' = t_R' + i t_I'$$

$$\therefore x = -i (x_R' + vt_R') \left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right)^{-1/2} + (x_I' + vt_I') \left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right)^{-1/2}$$

由於吾人只對 x 的實部有興趣，故在 $v > c$ 時 Lorentz transformation 仍能存在。

$$\text{得} \quad x = (x_I' + vt_I') \left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right)^{-1/2} \quad (v > c \text{ 時})$$

得知 $v > c$ 時，某一時空座標 (space-time coordinates) 的虛部變成另一時空座標的實部。

$v < c$ 時，則得 $x = (x_R' + vt_R') (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ ，上述兩個結果暗示我們，如果能穿越光錐 (light cone) 的光位壘 (light barrier)，則任何一個物理量均可由兩個慣性座標間的轉換而決定其之實部與虛部，若有此可能的話，描述時空座標的參數，則要變成八個了 (四個實數，四個虛數)，目前四維空間已經夠頭痛了，萬一或億萬萬分一變成八維的話，豈不累哉！

二、Time contraction and time dilation:

假設一個時鐘相對原始座標 (primed frame) 為靜止，而以 v 的速度相對另一非原始座標 (unprimed frame) 運動，在時空座標 $0'$ 上讀到 (t_1', x_1') 之點，對應 0 座標的時間為 t_1 ，在 $0'$ 上讀到 (t_2', x_2') 之點，則對應於 0 座標的 t_2 ，依 Lorentz transformation 得：

$$t_1 = \frac{t_1' + (v/c^2)x_1'}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}, \quad t_2 = \frac{t_2' + (v/c^2)x_2'}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$$

設在 $0'$ 的同一點 $x_1' = x_2'$ 上作時間度量，並令 $t_2' = t_{2R}' + i t_{2I}'$

$t_1' = t_{1R}' + i t_{1I}'$ ，其中 $t_{1R}', t_{2R}', t_{1I}', t_{2I}'$ 均為實數，相減得：

$$t_2 - t_1 = (t_{2R} - t_{1R}) + i(t_{2I} - t_{1I}) = [(t_{2R}' - t_{1R}') + i(t_{2I}' - t_{1I}')] (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

$v < c$ 時， $(1 - v^2/c^2)^{-1/2} \in \mathbb{R}$

$$\therefore \Delta t = (t_2 - t_1)_{\text{real}} = (t_{2R} - t_{1R}) = (t_{2R}' - t_{1R}') (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

v 越大則 Δt 也越大，得到常見的 time dilation，此項結果在 u 介子 decay 的實驗中得到充分證明。

$v < c$ 時， $(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-1/2} = -i (1 - \frac{v^2}{c^2})^{1/2} \in \mathbb{C}$

$$\therefore \Delta t = (t_2 - t_1)_{\text{real}} = (t_{2R} - t_{1R}) = \frac{t_{2I}' - t_{1I}'}{(v^2/c^2 - 1)^{1/2}}$$

由分母易知，在 $v > c$ 時， v 越大，則 Δt 變得越小，此時吾人所得的是 time contraction.

三、Lorentz contraction and Lorentz expansion:

設有一相對 $0'$ 座標為靜止且沿 X 方向放置的剛體長棒，一端座標為 x_1' ，另一端座標為 x_2' ，在 0 座標中於 $t = t_1 = t_2$ 同時，所得座標間轉換關係為：

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_1}{[1 - v^2/c^2]^{1/2}} = \frac{x_1 - vt}{[1 - v^2/c^2]^{1/2}}, \quad x_2' = \frac{x_2 - vt_2}{[1 - v^2/c^2]^{1/2}} = \frac{x_2 - vt}{[1 - v^2/c^2]^{1/2}}$$

其中

$$x_1' = x_{1R}' + i x_{1I}', \quad x_2' = x_{2R}' + i x_{2I}'$$

$$x_1 = x_{1R} + i x_{1I}, \quad x_2 = x_{2R} + i x_{2I}$$

故得

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{[1 - v^2/c^2]^{1/2}}$$

$$\therefore x_2 - x_1 = (x_{2R} - x_{1R}) + i(x_{2I} - x_{1I}) = [(x_{2R}' - x_{1R}') + i(x_{2I}' - x_{1I}')][1 - v^2/c^2]^{1/2}$$

$$v < c \text{ 時} \quad \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \in \mathbb{R}$$

$$\Delta x = (x_2 - x_1)_{\text{real}} = (x_{2R} - x_{1R}) = (x_{2R}' - x_{1R}') \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

當 v 變大時， Δx 變得越小，得到常見的 Lorentz contraction 至於 $(x_2 - x_1)_{\text{Image}}$ 却無法觀測到，也沒有什麼特殊意義！

$$v > c \text{ 時} \quad \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = i \left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right)^{1/2} \in \mathbb{C}$$

$$\Delta x = (x_2 - x_1)_{\text{real}} = (x_{2R} - x_{1R}) = (x_{1I}' - x_{2I}') \left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right)^{1/2}$$

v 越大，則 Δx 也變得越大，故得 Lorentz expansion 而且 0 座標的 x 實軸方向與 $0'$ 座標的 x 虛軸方向相反。

四、The imaginary mass:

對於質量，吾人亦假設其由實部與虛部合組而成則靜止質量為

$$m_0 = m_{0R} + i m_{0I}$$

在任何速度 v 時所對應的質量應為：

$$m = m_R + i m_I = \frac{m_{0R} + i m_{0I}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$v < c \text{ 時，可得} \quad m_R = \frac{m_{0R}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

這就是滿足狹義相對論的結果， v 越大，則 m_R 也越大：

$$v > c \text{ 時} \quad m_R = \frac{m_{0I}}{\sqrt{v^2/c^2 - 1}}, \quad v \text{ 越大，} m_R \text{ 反而越小}$$

正如位置及時間一樣，在此種狀態中所導得的結果，又是某一座標的實部量和另一座標中的虛部量相互對應，而得的。

五、結論：

根據狹義相對論的觀念，認為速度大於光速的粒子所以不能存在，是因為經 Lorentz transformation 後，無法滿足似空區域 (space-like region) 內的時間次序不變性。如果先依照本文開始的假設，由第二段的結論：

$$\Delta t = (t_{2R} - t_{1R}) = (t_{2I'} - t_{1I'} - t_{1I'}) (v^2 - c^2 - 1)^{-1/2}$$

得知 ($v > c$) 仍能滿足時間次序的不變性，只是實部與虛部的轉換罷了。

本篇只是把物理量的數域擴大到複數系，導出了一些實數對應實數的結果，認為由小於光速的領域中穿過光位疊而進入大於光速的領域後，吾人仍能測得實數值的物理量，並把粒子置於 $v < c$ 及 $v > c$ 二個狀態中，可個別得到實部及虛部的物理量，進而得到一個複數系中完整的物理量。並且如果認為 $v < c$ 或 $v > c$ 時，只能把物理量的某部份給顯露出來（可以測得），但二者不能在同一狀態中同時顯露出來（同時測得），那就可以免除不少煩惱了，

孺子不可教也

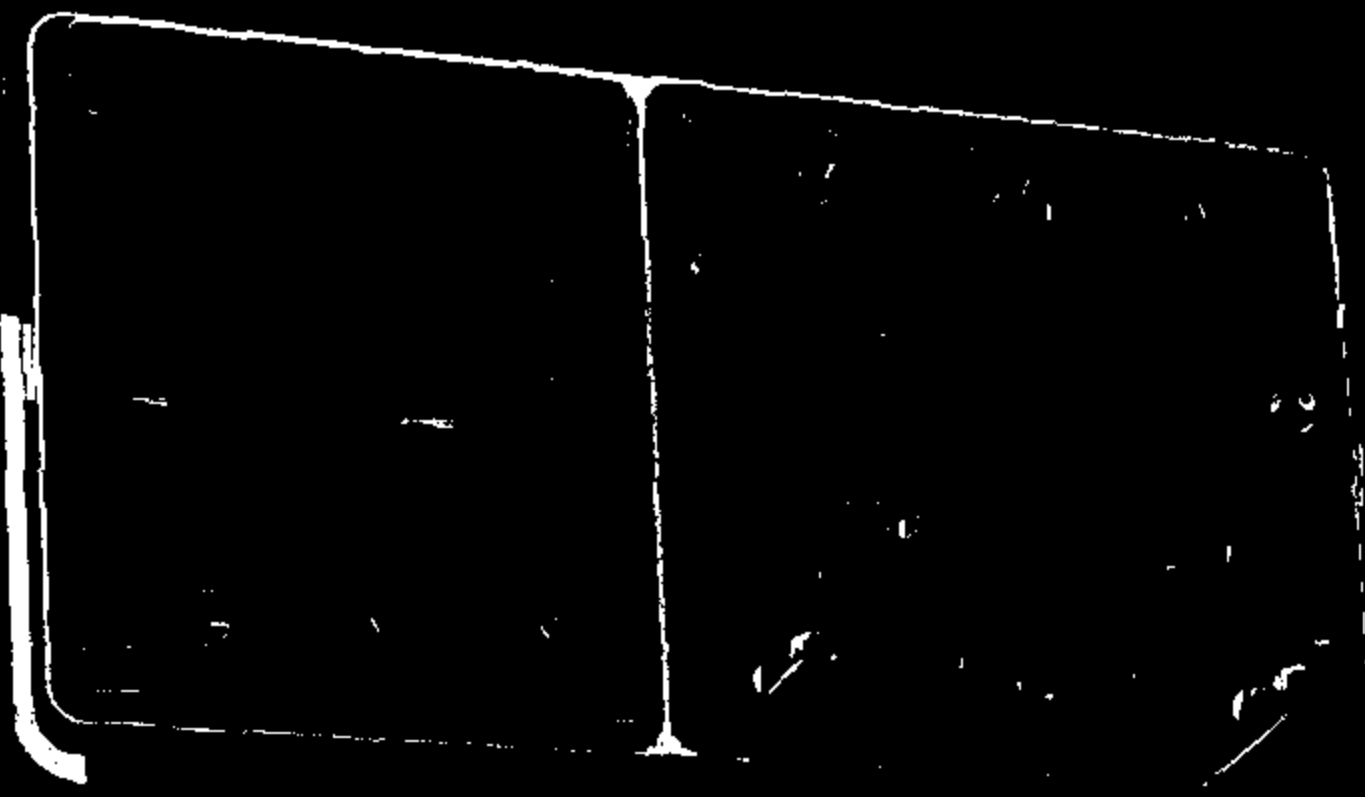
某生做真空蒸餾的近物實驗時，一心想趕六點半的竹蓮，所以不管三七二十一就把 Diffusion Pump 的 Valve 打開，以期及早完工，不巧某師剛好閃入，見狀乃怒責道“你道到忘了講義上交待的注意事項嗎？至少要到 10^{-8} Torr 才准打開 D.P. 的 Valve，你看！Geissles tube 的顏色還是深紅色，要不是我及時趕到，Diffusion Pump 中的油早就被你報銷了，你還有什麼話可說？”

生乃哀然答曰“老師；我是色盲！”



飛利浦
PHILIPS

10 MHz dual beam oscilloscopes PM 3232



Bandwidth: DC: 0-10MHz

AC: 2Hz-10MHz

Deflection coefficients: 2mV/cm—
10V/cm

Time coefficients: 0.5s/cm—0.2μs/cm

Rise time: 35n Sec.

True dual beam operation

Large 8×10cm screen

台灣總代理：永康企業股份有限公司

台北市中山北路二段57-1 TEL: 5717281