

現代加速器理論的發展

樊肇隆

普通光學顯微鏡因繞射等限制，不能分辨太細小的物體。如果透鏡對觀察物所張的角為 2θ ，所用光的波長為 λ ，那麼如果兩點距離是 $\delta \sim \lambda/\sin\theta$ 或更小的話，顯微鏡就分別不出來了。最好的顯微鏡 $\theta \sim 90^\circ$ ， $\delta \sim \lambda$ ，即約 5000\AA 左右。

電子顯微鏡的限制也一樣。不過因電子的波長較光子短（能量 50Kev 的電子，波長 0.05\AA ），所能分辨的距離更小，可以觀察到分子的結構。

原子核的直徑約 10^{-12}cm ，大約是能量 1Mev 的質子的波長。要「看」原子核需要 1Mev 的質子顯微鏡。如果還想看更小的世界的話，就要用能量更大的粒子（ $\lambda = h/p$ ，故能量愈大波長愈短）。最早的加速器就是因為這種好奇心而產生的。

加速器並不能說和一般顯微鏡完全類似：當所用波長很短（即能量相當大）時，我們不但「看」粒子，更造出新的粒子： 1Mev 的電子能產生一對電子與正子， 150Mev 產生 π 介子， 6Bev 的質子產生反質子，反中子，和更重的 Σ 介子等。

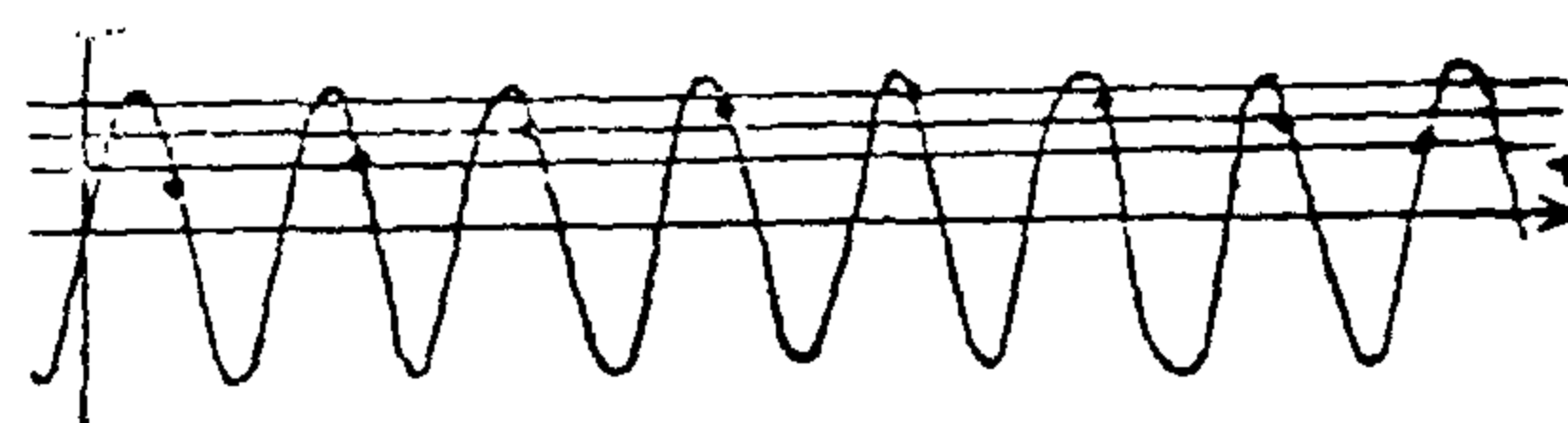
加速器的基本原理都是一樣的：荷電粒子在電場中，受力而被加速。最簡單的一種是范氏加速器，能產生直流高電壓。普通能量可達 6Mev 。如要獲得較高能量，可把幾架機器串聯起來。但如想達 60Mev ，就需 10 架機器串聯，既不方便，更不經濟。於是科學家想出另加均勻磁場，使粒子作圓周運動，由同一電極加速多次。最初有回旋加速器：在真空中（ 10^{-5}mm 汞柱），置一圓型導體盒子，中間沿直徑割開，兩半各連於高頻交流電的一極。陽離子產生裝置在圓心。另加一均勻磁場，方向垂直於圓面。設當陽離子由離子源發出時，右邊的D型盒處於負電位。因此粒子在左右兩「D」的縫隙中被加速，進入右D內。因D表面為導體，故D內無電場，粒子作等速運動。又因垂直方向有磁場，

故運動的軌跡為半圓。如果交流電的頻率選擇適當註1，使當粒子由右D逸出時左D變為負電位，則粒子依同樣過程再度被加速。因粒子速度漸增，而磁場強度不變，故粒子運動半徑亦漸增加，軌跡為螺旋線（而其每周所需時間相同）。

Auto-phasing原理

所有近代的同步加速器都基於 Auto-phasing 的現象。當粒子速度接近光速時（ 2Mev 的電子速度 $0.98c$ ），其質量隨〔能量的增加〕而增加得很快。回旋加速器在這範圍內束手無策了，因其交流電周期 T_0 是固定的，而粒子運動的周期 T 漸增（ $T = 2\pi mc/eH$ ， m 增，故 T 增）。加速作用必停止註2。

假設在加速過程中改變 T ，使其逐漸增長。則在許多被加速的粒子中，有一部分運動周期恰好配合，它們可以依回旋加速器的原理被加速。但事實上被加速的不只是這「幸運的」一小部分，其餘的粒子以另外一種方式被加速。考慮能量較小的粒子：能量小，質量也小，因此運動周期短，在下一圈到得較早。如此，每周所獲能量，一圈比一圈增



註1. Auto-phasing原理 中線為平衡能量粒子之相角加。這又可分為兩種情形討論：一，如粒子在平衡相位線以下能量即到平衡能量註3。則因其下一圈所增能量較平衡粒子為少，故仍變為能量較少的粒子。二，如果在平衡相位線以上達到平衡粒子所具有的能量。因下一圈所獲能量較平衡粒子所獲者多，故能量較大，質量亦大，運動周期增長，在後一圈到達較遲。因此所得能量一圈比一圈少，直到能

註1：共振條件 $mv^2/r = eH(v/c)$ ， $\omega = v/r = eH/mc$ ，或 $eH/mc = 2\pi f$ ，如 $v < c$ 則 $m \sim m_0$ ， $\omega = eH/mc$ 可視為不變。並由此處看出 $\omega r = v \times E^1/r$ 。故為求能量之增加，可增高頻率或加大半徑。

註2：交流電週期不變，粒子在加速作用中周期常改變，則粒子每次到達狹縫時，交流電的相角都不同（或說：電場強度都不同）。粒子一旦遇到電場強度為零的相角時，即開始在此相角周圍振動。

註3：事實上，這種粒子在開始時必為能量較大者。

量與平衡能量相等時，再依前述「一」之方法加能。如此粒子可以說是相角 ϕ 附近振動。平衡相角由粒子自動選擇的，振動的振幅隨平均能量的增加而減小。粒子在加速過程中能量的增加率雖不均勻，但平均能量增加相同，故最後能量都一樣。

另外還有一種 Auto-phasing 的方法，這種方法不改變交流電的頻率，而是逐漸增強磁場（結果粒子周期不變）。為說明簡便起見，假設粒子的速度為光速 c ，且其能量的增加完全表現在質量的增加。又設粒子在環中運動，當經過狹縫時電場為零，粒子不受力。下一圈時加大磁場，則因能量不變，質量相同，其運動半徑減小，但速度仍為 c ，故周期減短，到達狹縫時有電場，獲得能量。如此能量漸增，質量漸大，能量增率漸減，卒至恢復原來軌道。然後增強磁場，再行加速。

另有線型加速器係利用 wave-guide 的 rf (radio frequency) 電磁場來加速粒子。線型加速器常加速粒子到相對論效應範圍內，再送入同步加速器中加速。要達到同等能量，線型加速器較貴，但可發較強粒子束，且加速後的粒子容易導出。

Strong Focusing 原理

在迴旋加速器或同步加速器中，磁場的主要作用在使粒子作圓周運動。我們知道荷電粒子在磁場中運動軌跡為圓形——但這只限於完全均勻的磁場。設想一個大致均勻的磁場，但在某區域內略強，另區域內略弱。如果有一荷電粒子，動量為 p ，則其運動軌跡近似一圓，半徑為 $R = p/qB$ ，而曲率半徑在磁場弱處略大。軌跡並非封閉，圓的中心會移動。所以磁場強度些許的誤差，會把粒子推離理想軌道。如果一個粒子在磁場中要轉好幾百萬周的話，必需有一種半徑方向的會聚作用，使粒子軌跡接近理想軌道。

另外一個困難是：粒子在磁場中不易常保持在一平面上。如果粒子開始運動的時候，有一極小的傾斜角（可能是由於磁場的不够理想而產生的）粒子軌跡將是螺旋線，最後終於碰到磁極或管壁。所以垂直方向的會聚作用也是必需的。

我們最先想到的是由一個隨半徑加大而強度增加的磁場，來產生半徑方向的會聚作用。這樣，如

果粒子軌道太大的話，會受到較強的向心力，把它推回正常軌道；如果軌道太小，則因磁場小，彎曲力也小，也使粒子回到理想半徑。如果開始時粒子並非恰好在切線方向運動，那麼它的軌跡將在理想軌道周圍振動。

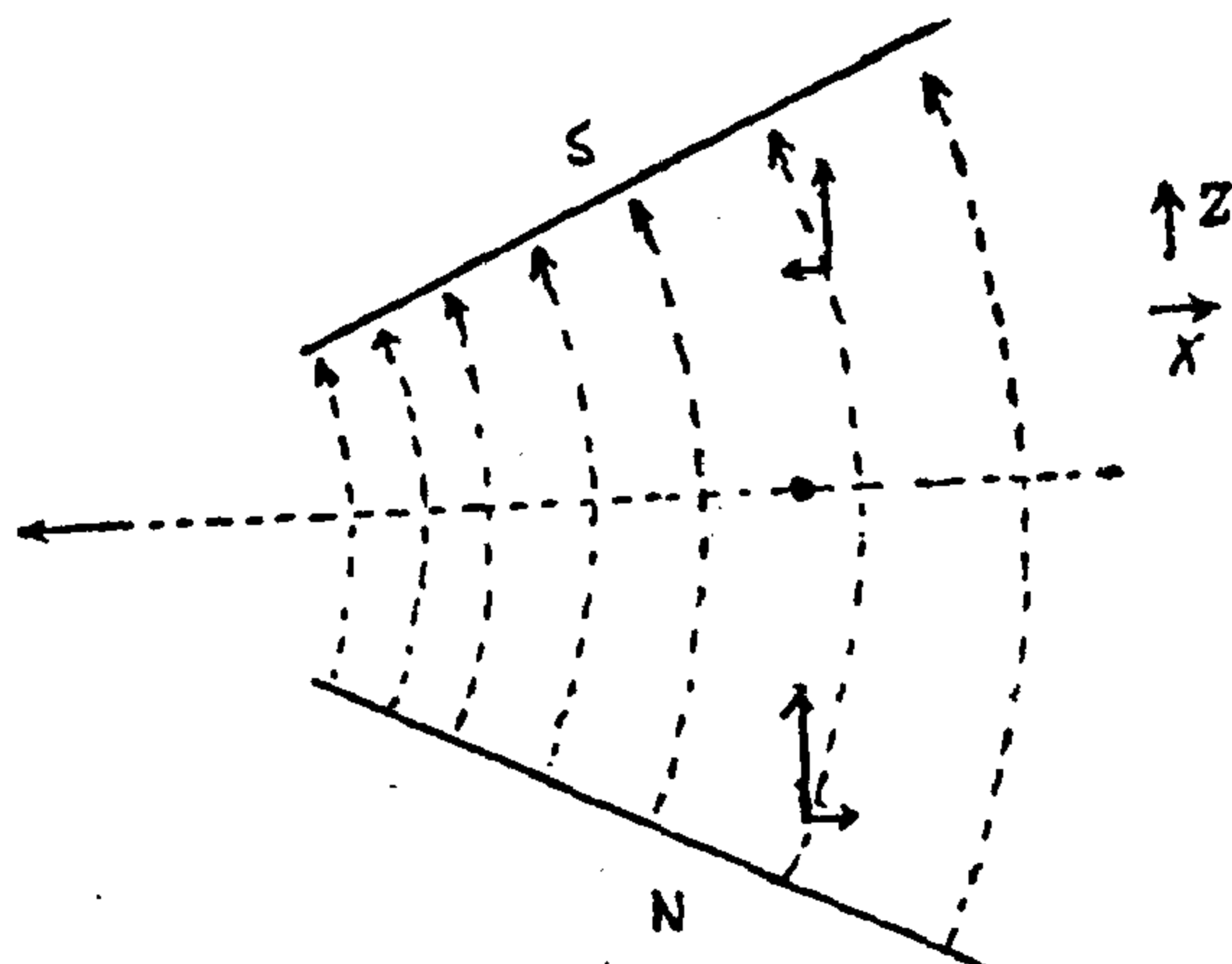


圖2. 垂直會聚磁場(垂直於軌道的截面)

實際上如果 [磁場隨半徑增加而減弱] 也能產生半徑方向的會聚作用——限於 [軌道曲率半徑的增加，並不比粒子與磁場中心間的距離增加為快] 的情形註4。如果磁場強度因半徑而改變得太快，粒子也不能回到理想軌道，而會旋向內或旋向外。

我們常把磁場強度隨半徑變化的關係稱為 relative gradient 或 field index, n :

$$n = \frac{dB/B}{dr/r}$$

如果 $n > 1$ ，則磁場有半徑方向的會聚作用。在半徑方向有會聚作用的磁場，也能產生垂直方向的會聚作用：假設磁場在靠近圓心處較強，遠則較弱（即 n 為負值）。磁力線應如圖示是彎曲的：因 $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ ， $\partial B_x / \partial z - \partial B_z / \partial x = 0$ ，或 $\partial B_x / \partial z = \partial B_z / \partial x$ 。因假設 $\partial B_z / \partial x < 0$ ，故 $\partial B_x / \partial z < 0$ 。如軌道所在平面 $B_x = 0$ ，則平面以上 B_x 為負，以下為正。如此可看出磁力線確應彎曲。這樣的磁場有垂直方向的會聚作用。考慮一質子，大致平行於軌道平面運動，但稍高。磁場在平面上的分量使質子下降。如原來稍低，則上昇。故 n 為負值時，在垂直方向有會聚作用。如 n 為正，則有分散作用。如欲維持在穩定軌道， n 必需滿足

$$1 < n < 0$$

註4：設粒子開始在理想軌道之外。因磁場較弱，所受之彎曲力也較小，所以軌跡向外偏離。但因軌跡的曲率半徑增加較小，故最後總能和理想軌道相交。

在回旋加速器中， n 非常接近 0。同步加速器常用 $n = 0.6$ 。但 n 小，會聚的力量弱。很明顯的可看出，如 $n \geq 1$ 半徑方向的會聚作用要強得多，但垂直方向的分散力也強得多。同樣 $n < -1$ 時，垂直會聚強，半徑分散亦強。

大約在十五年前，科學家發現交替施以會聚，分散的力結果仍有會聚作用。這種會聚叫做 Alternating gradient focusing。在未解釋之前，我們先說明什麼叫做 quadrupole lens，因為兩者是基于同一原理的。設將圖 2 之磁場對〔通過圖心，垂直紙面〕的軸旋轉 180° ，所得的磁場再與圖 2 磁場相加，使 O 點之磁場為零，則所得磁場相當於圖 3 所示的磁場：

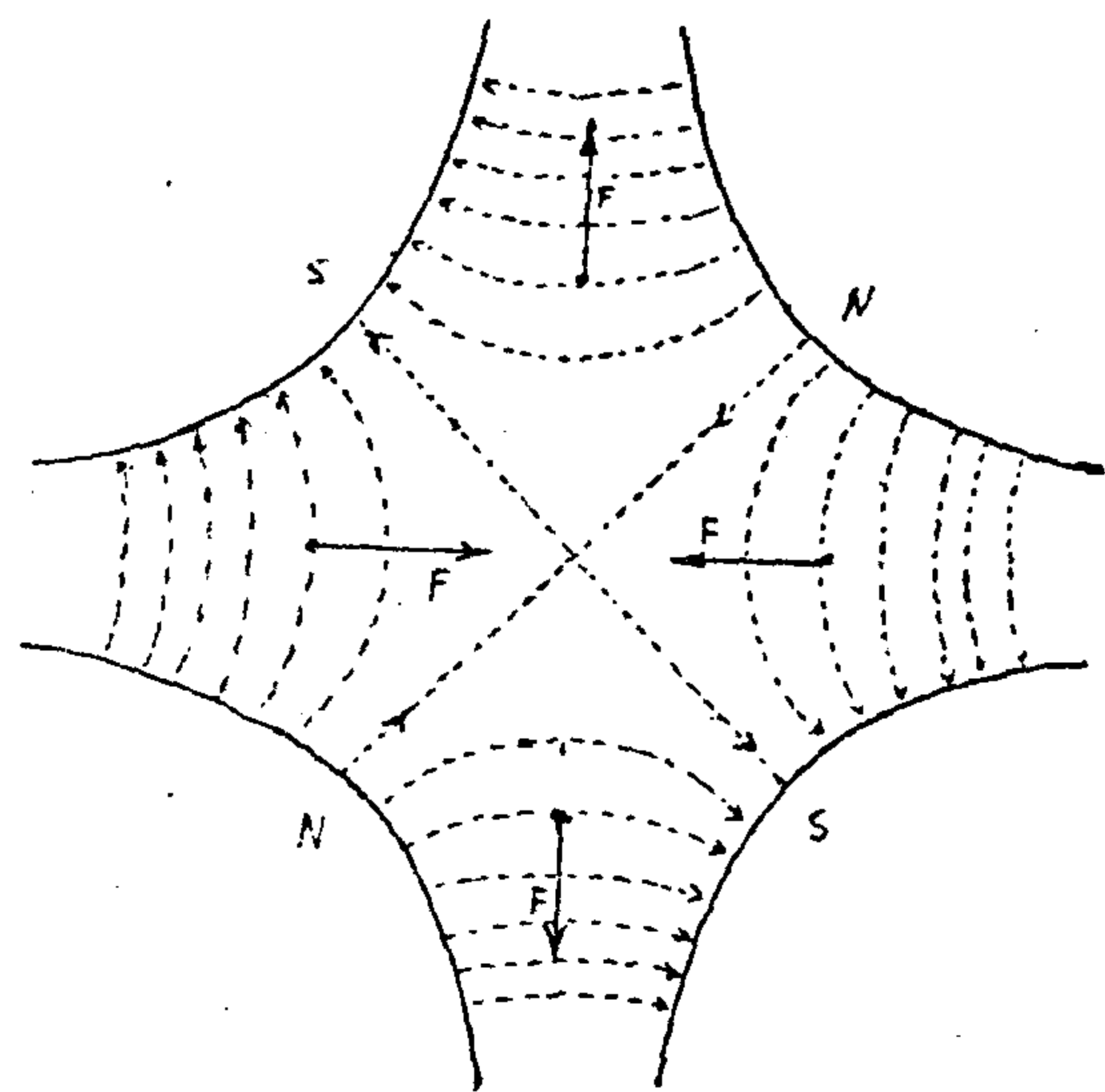


圖3:水平方向會聚的Quadrupole Lens

這樣的四極磁場，叫做 quadrupole lens。一個從垂直方向鑽進這本書的陽離子，不論偏左還是偏右，都會被推向中心；如果是偏上或偏下，那它所受的力更要使它遠離中心了。這是一個在水平方向有會聚力的磁場。如果把磁力線的方向倒過來（即把 N 極和 S 極互換），所得的磁場在垂直方向有會聚作用。以上兩種磁場，其強度與〔粒子與中心 O 之距離〕成正比增加（即粒子距中心愈遠，其受力一向心，或離心一愈大，愈近則愈小）。

現在把這兩個磁場串聯起來（假設粒子先通過水平會聚磁場）。先設粒子在水平方向有一偏差。通過第一磁場時受水平推力推向中心。如此當它到達第二磁場時，水平偏差較小。偏差小，受力（在

第二磁場是推離中心的力）也小。所以合起來說水，平方向的作用是使粒子會聚的。現在再考慮粒子先在垂直方向有一偏差。通過第一磁場時，受向外推力，故到達第二磁場時偏差更大。但偏差大，受力（推向中心）亦大。故合起來說，垂直方向的作用也使粒子會聚。

在實際加速器中，是把一系列圖 2 的磁場，與轉 180° 後的磁場，相隔串聯於真空管上，作為會聚粒子用的磁場（如果要使粒子作圓周運動，需在垂直方向加均勻磁場）。

蘇俄在 1967 年完成一架 70Bev 的同步加速器，現已獲得的最高能量是 70Bev，預期更可達 80 或 90 Bev。這是目前世界上最高能量的加速器。

美國自不甘落後。NAL (National Accelerator Laboratory) 已計劃在伊利諾州 Weston 建造一架 200Bev 的 strong focusing 同步加速器。此加速器直徑兩公里，磁場強度在 200Bev 時為 9000 Gauss。以後尚可加至 22,500 Gauss，達到 500Bev 的能量。質子分三階段加速：先由 200Mev 線型加速器加速，再射入直徑 150 公尺，10Bev 的同步加速器，最後再由主環加速。

貯備環 (Storage ring)

當粒子的能量一再被加大，粒子的速度趨近於相對論的極限時，另一問題要考慮到在 Center of mass system 究竟有多少能量可供產生新粒子，及其他我們感興趣的反應。舉例來說，當 30Bev 能量的質子，撞擊一固定靶時，只有 5.80Bev 的能量可供產生新粒子。因此科學家想到用動量大小相等而方向相反的粒子束，在一處或多處碰撞，如此在 C.M. system 的能量（也就是可供利用的能量）很大。新建加速器中，有的在主環旁另接一環，貯存主環加速後的粒子，然後再用它來和主環中的粒子撞擊。貯備環已用在 INFN (Italian Institute of Nuclear Physics) 及 SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) 等處。在 Weston 的物理學家打算在加速器完成之後，再加一小的或大的貯備環。由採用小的：由主環經一旁路達小貯備環，貯存 50 到 100Bev 的質子。然後再把一半的粒子射回主環中，加速到 200Bev，再使其與貯備環中另一半質子（運動方向相反）碰撞。在 SLAC 的兩哩長線型加速器，貯備環設在 $3/8$ 處，正子在 $1/8$ 處產生，再

加速管長後進入環中，與電子碰撞。

ERA (Electron Ring Accelerator)

現在有一種簇新的加速器在研究中。蘇俄Dubna 核子研究所的物理學家想用電子本身的磁場來束縛質子或其他陽離子，然後把全體粒子一齊加速。他們已成功的用1.5Mev的電子間接加速質子到1 Bev，並期望達到1000Bev 的能量。在Berkeley的 LRL (Lawrence Radiation Laboratory) 的物理學家繼之也熱心的展開研究。

這種加速器的原理是把電子 (Dubna用1.5Mv的電子) 由垂直於磁場方向射入軸對稱的磁場中，電子即在垂直於磁場的平面上作圓周運動 (半徑25cm)。再射入氫氣。氫因強電子流而電離，所產生的質子即被圈入電子流中間。然後磁場由0.2 Gauss增加到1000Gauss, 使電子環半徑縮為5cm, 能量15Mev。其次可使 (電子環及質子) 通過rf waveguide加速，或減弱磁場強度。Dubna的科學家用四個rf cavity 加速電子環。只要電場強度梯度不太大，且質子數 (10^{11}) 較電子數 (10^{18}) 相當少，電子環能帶動質子。因質子與環同時被加速，速度相同，質子最後的能量等於電子環能量增益 (gain) 與 [質子質量 ($1836M_e$) 與電子質量 ($30-40M_e$, 因相對論效應) 之比] 之乘積。故當環由rf cavity中獲得能量時，質子所獲較電子多50倍。用此技術，Dubna 能產生 100Mev 的質子。Bubna物理學家也嘗試另一種加速方法。他們另加一沿軸方向愈遠愈弱的磁場。因磁場漸減，電子環

半徑漸增，旋轉能量轉變為軸方向能量。

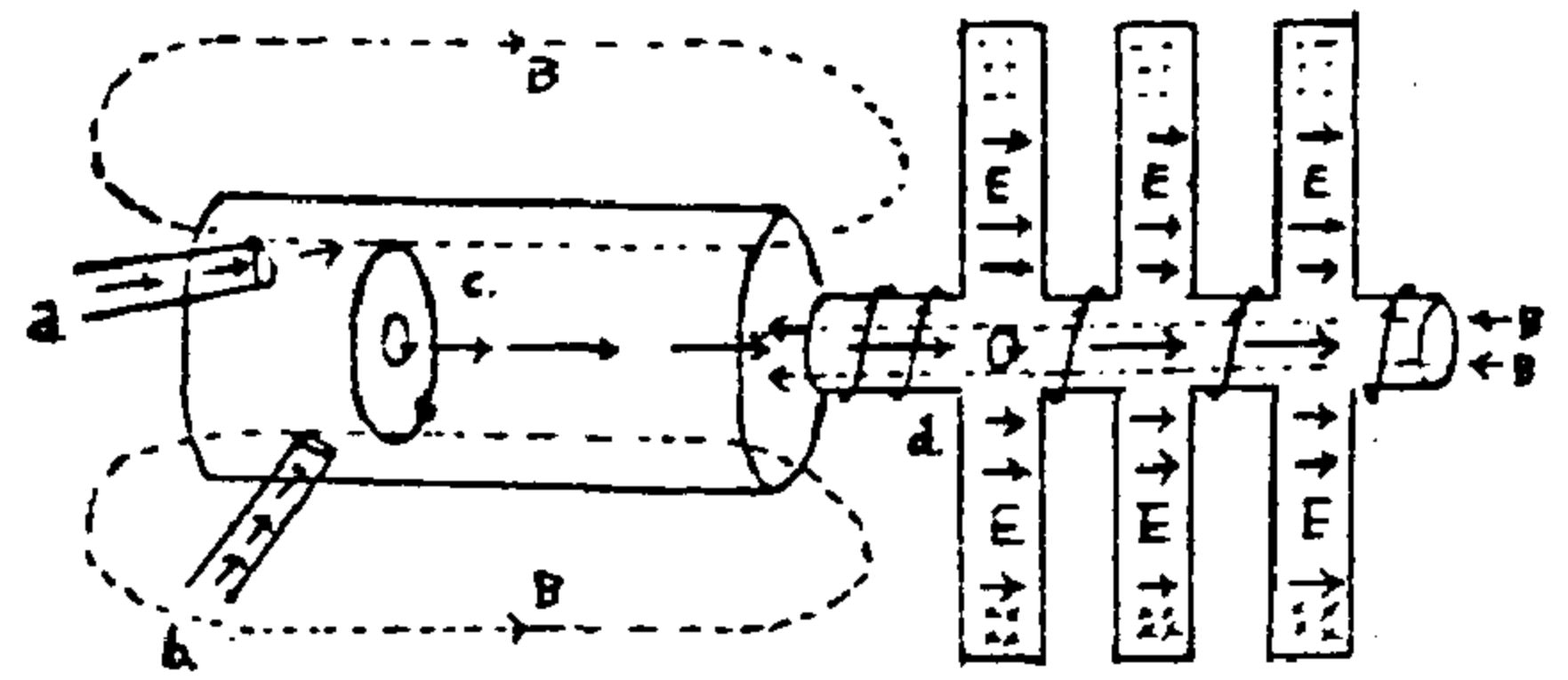


圖4: ERA: 電子由a處射入，因受磁場之作用，在c處作圓周運動。氫由 b處射入，電離所產生的質子即被圈入c環中。再加大磁場，使c環縮小。再使環通過 d (rf waveguide) 一加速。

在LRL的科學家研究另一種 novel-line 的加速法 (比rf cavity 便宜)。加速管由排列於垂直環運動方向的許多導體平面所組成，每面距數公分。在電子環通過的時候，在環附近的幾個平面可由火花放電的方式獲得能量，加速電子環。ERA 的上限，據估計：質子能量增加可達每公尺700Mev (而普通線型質子加速器只能達到每公尺3Mev)。

參考文獻：

- ① R.P. Feynman, Feynman Lectures on Physics, Vol.2 Chap 29, 1964.
- ② Physics Today, Apr 1967. Jan 1968. Feb 1968.
- ③ Scientific American, March 1958.
- ④ B.S. Ratner, Accelerators of Charged Particles, 1964.

上接 43 頁 前程遠大的生物物理

展。生物學對於研究最成熟的科學 (物理學) 的學生似乎具有特別的吸引力。藉著儀器和技巧的幫助，也可以把物理方面一些不正確的觀念改正過來。

這些進步帶來了一些新的應用，並且對於生命之謎有了更進一步的了解。將來的技巧將是物理，固態物理，分子生物學，計算機，醫學人和機械綜合技巧。為了去獲得這些技巧所帶來的利益，我們必須研究如何去教育，如何去供給一個人必須的健康環境，我們必須鼓起勇氣來克服這些技術上的

連續變革。

References

- 1. G. L. Gerstein N-Y-S Kiang An approach to the quantitative analysis of electrophysiological data from single neurons. Biophysical J. I. 15-28 (1960)
- 2. M. Halle K. N Stevens Speech recognition: A mode and a program for research IRE Transform Theory IT-8 155-159 (1962)