

量子論發展的歷史回顧

陳永容譯自 Physics Today August 1966

量子論的基本理論可以說是由波爾歸納完成的，可是如果波爾是位律師而不是物理學家，量子論是否仍能產生？

歷史的發展途徑，像是一個複雜的網路。不過，科學史的發展要比政治史簡單些，因為科學比較一致而且受研究對象的限制。然而，在科學史上，隨着「一致」和「結果」也產生了許多「機會」和「巧合」。現在讓我們來看看量子論如何在不同的發展途徑上，因巧合和努力而成長的。

圖一以一種簡單的方式顯示了許多發展的途徑，以及它們發生的大事。蒲朗克的能量量子化（1900）；愛因斯坦的光粒子學說（1905）及他對比熱的解釋（1907）；原子光譜綫的系統化，波爾的原子模型和量子化（1913）；de Broglie 的物質波學說（1923）；矩陣力學（1925）；Schrödinger 方程式（1926），組合而成量子力學。

以下將分別研究每一途徑。有人可能問「如果上述某些東西沒有被人發現，將會有什麼結果？」比如說，如果波爾是位律師而不是物理學家。

對於這些「項」，他有個著名的圖解：

| | | | |
|----|----|----|-------|
| 1S | 2S | 3S | |
| | 2P | 3P | |
| | | 3d | |

最後在1893年左右，他將這些頻率用一種長方形的方式排列着，這排列法後來稱為矩陣。可是，為什麼從Rydberg的工作到這些「項」被用來解釋原子狀態之間有二十年之久？

因為(1)式是太特殊了，在一系列(System)的項中， α 並不是一個固定常數，對於所有的元素，R也不一定相同。因此許多的光譜學家並不歡迎(1)式。在1908年Ritz寫出了一個一般式：

$$\nu = f(n_1, \dots) - f(n_2, \dots) \dots \dots (2)$$

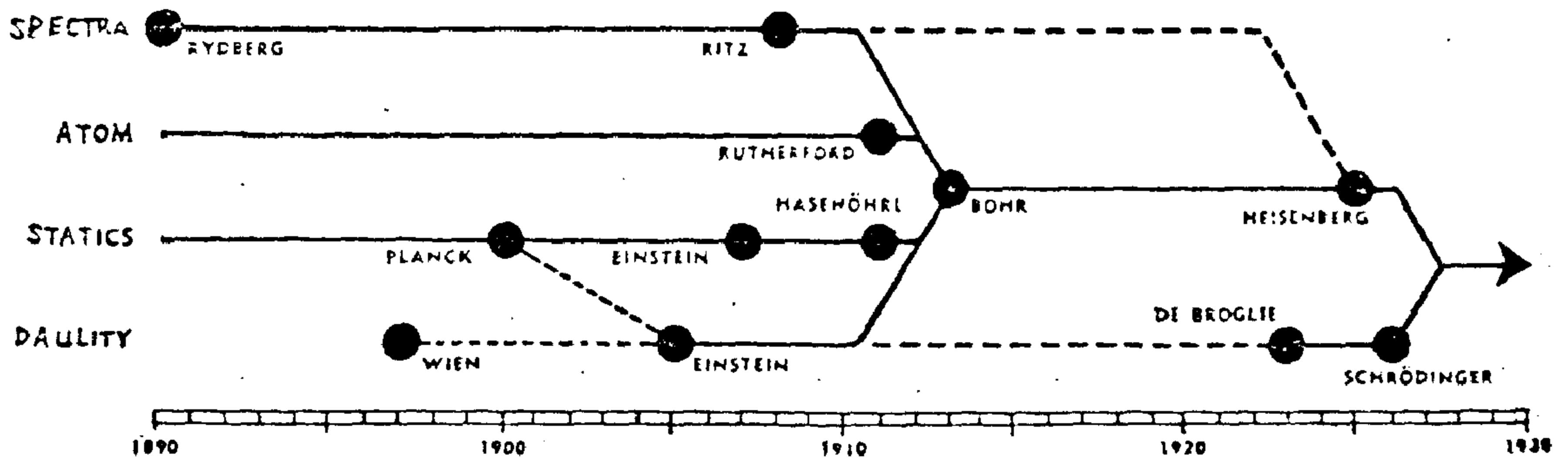
Fritz Raschen 用它找出了一些新的光譜綫，可是(2)式也並不太令人滿意，我們等會將看到 Hasenöhrl 因這不滿意而走了錯誤的方向。而且，波爾也只在完成他著名的1913年論文前幾個禮拜，才注意到(2)式。

假如，量子化的作用沒有被蒲朗克發現，光的量子化也沒有被愛因斯坦所發現。那麼(2)式和一個作週期運動的粒子的頻率 ν (ν 可能和粒子的能量或其他運動常數有關) 有什麼關係？(2)式能成爲一個發展原子力學的基石嗎？如果沒有蒲朗克和愛因

光 譜

頻率是二個項的差異，而這些項的數式(order)遠比頻率簡單。Rydberg大約在1890年就知道一些簡單的光譜綫之間頻率的關係，他的標示法是：

$$\nu = \frac{R}{(n_1 - \alpha_1)^2} - \frac{R}{(n_2 - \alpha_2)^2} \dots \dots (1)$$



斯坦的發現，那麼古典物理的頻率和下面(4)式的實際頻率就不會相差那麼遠了。古典的關係：

$$\nu_1 = \frac{dE}{d\phi}, \phi = \oint p dx \dots\dots(3) \text{ (在一個自由度時)}$$

至少在 Boltzmann 的學派裏會被重視，(例如 Hasenöhrl)，而建立下列關係：

$$\nu = \tau \nu_1 \text{ () } \quad \nu = f(n) - f(n-\tau) \text{ ()}$$
$$\nu_1 = \frac{dE}{d\phi} \quad \text{古典} \quad \nu_1 = \frac{\Delta f}{\Delta n} \dots\dots(4) \quad \text{實際}$$

$$E = h f \quad \text{) } \quad \phi = h n \dots\dots(5) \text{ (註一) } \text{) }$$

它們將導出一個對應原理，而得到和初步量子論及波爾的理論相同的結論(雖然沒有愛因斯坦和蒲朗克的發現)。同樣的，從氫原子的光譜系中不難發現：

$$\nu = \frac{R}{n_1^2} - \frac{R}{n_2^2}; \text{ 能量 } E \propto -\frac{1}{n^2}, \text{ 而導致 } \nu^2 \propto |E|^3$$

這是在庫倫力場中，古典運動一個很著名的關係式。因此不須要波爾的理論，我們就可以得到氫原子的量子論。可是歷史並不是這樣發展的，因為其他的事發生的更快。

從波爾的對應原理 (Correspondence principle) 的初步量子論到量子力學的矩陣形式，還有段嚴密的邏輯過程。因此我們可以說，用光譜定律做唯一的基礎，將可以導出整個的量子論。

原 子

量子論的完整性，使得它能毫不矛盾的應用在原子上。而古典物理只能供給我們彼此矛盾的不同途徑。可是在量子論發展的早期，除了光譜，原子理論並不是個重要的角色。

原子的光譜特性在廿世紀初，被物理學家們認為是很奇怪的。週期表已經完成了；一些重要的東西，像原子序也大概可以想像出來了。可是這些代表週期表中列的長度的數目 (2、8、8、18、18) 卻沒有給人任何啓示。到了今天，我們知道 $N =$

$2n^2$ 和電子們的自轉，以及Pauli 的不相容原理有關。但和普通量子力學的基本觀念倒無多少關係。

在本世紀初，物理學家們對於原子構造所知道的，只不過是電子是在原子的裏面而已。可是不久，他們至少有一點感覺，每種元素的原子各有它們自己的電離能量。可是在 Rutherford 模型提出以前，人們對於電離能，以及為什麼原子是穩定而且同元素的原子都相同的問題並不感興趣，到波爾才開始對它探討。

統 計

有些現象似乎與原子有關，可是和原子的特殊結構又沒有關係，它們倒和溫度有密切的關係。

在1900年 William Thomson, Lord Kelvin 稱比熱的一些定則為「兩個熱和光的理論的烏雲之一」。根據等分定律 (equipartition law) 每個粒子必從其動能分到 $\frac{3}{2} k$ 的比熱。可是事實上由實驗得到的比熱值要比它小，在那時候，比熱在低溫狀態下會降低並不被人所瞭解。可是我們可以相信，那時候再經過幾年——縱使沒有蒲朗克和愛因斯坦——物理學家們也將知道運動自由度 (degree of freedom) 在低溫時會減少，唯有在高溫時才會完全存在。例如震盪器僅在 T/ν 足夠大時才能獨立運動，這條件常表示成：

$$\frac{k T}{h \nu} > 1 \dots\dots(6)$$

旋轉體只有在 $T I$ 足夠大時 (I 是轉動慣量) 才有意義，這條件相當於：

$$\frac{k T I}{h^2} > 1 \dots\dots(7)$$

上兩例中 h 是一常數，它的值約為 6×10^{-27} erg-sec.

可是在1900年左右，黑體輻射較比熱給物理學家們提供了更多的資料。所以「為什麼一塊冷鐵不發光？」的問題在量子論剛開始時就產生了。蒲朗克會寫出：

(註一)：由古典能量和方程式 f 的關係，我們如比較古典和實際頻率 $\left\{ \begin{array}{l} \nu_1 = \frac{dE}{d\phi} \\ \nu_1 = \frac{\Delta f}{\Delta n} \end{array} \right.$ 就可得到一結論

$\phi \propto n$ 。而寫出(5)式這就是量子論最基本的對應原理。

$$\phi = \oint p dx = hn \dots \dots \dots (8)$$

做為有在于位相空間 (phase space) 的定則，使人們對於震盪器的假設更容易令人了解。(註二)

Hasenöhrl 接受了它並推廣到任何一個自由度的系統去，配合對古典力學一個自由度系統的關係：

$$dE = \nu(E) d\phi \dots \dots \dots (9)$$

他寫出了一個量子化的條件：

$$\int_{E(n-1)}^{E(n)} d\phi = \int_{E(n-1)}^{E(n)} \frac{dE}{\nu(E)} = h \dots \dots (10)$$

用來計算一個和 $\nu(E)$ 有古典關係的系統中的能量狀態。以上我們只考慮統計學——和量子統計學，並沒有考慮到量子動力學。在古典統計力學裏，統計量或存在的狀態數是由位相體積 (phase extension) 來決定，因為(8)式或(10)式可稱為統計力學的對應原理。

Hasenöhrl 曾經幾乎得到一個頻率的對應原理，他由(9)式出發，可是卻走錯了路，他利用 Balmer 的氫原子公式：

$$\nu = R \frac{n^2 - 4}{4n^2} \dots \dots \dots (11)$$

以 $dE = h\nu dn$ 的積分來算氫原子的能量 $E(n)$ ，得到

$$E(n) = R h \frac{n^2 - 4}{4n}$$

但是這個式子是不對的。

雖然在 1911 年 Paschen 的一組式子 $\nu = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right)$ 已經被人知道了，Hasenöhrl 卻沒有發現(11)式右邊也是二項之差 $\left[\nu = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \right]$ ，否則他就不會用 $\nu = dE/d\phi$ ，他一定可以看出該用 $\nu = \frac{1}{h} [E(n) - E(n-1)]$ (註三)

1913 年 Peter Debye 也用了(8)式的量子條件，在他的哥廷根大學教材中就以式(8)為中心。可是直到波爾為止，他只把他的量子理論限制在統計學上而沒有把它用在光譜上。

我們可由溫度的關係導出大部份的量子物理，可是將(9)式中的 $\nu(E)$ 和動力學性質連接起來是需要對實際頻率有深入了解的，尤其是氫原子中電子週期運動頻率和光譜綫頻率的關係，以及不同氫光譜系列間的關係。不幸的，Hasenöhrl 並沒有注意到這個要求。

光的双重性

Wien 在 1897 年曾討論一種模型來解釋他空腔輻射 (Cavity Radiation) 的公式：(註四)

$$W \propto \nu^3 \exp \left(- \frac{h\nu}{kT} \right) \dots \dots \dots (12)$$

一種和頻率 ν 有關的速度為 V 的氣體分子。由統計力學和 Wien 的位移定律得到(12)式以及分子能量的關係 $E \propto \nu$ 可惜他並沒有把它寫成：

$$E = h\nu \dots \dots \dots (13)$$

在 1905 年愛因斯坦用一種光量子帶有 $h\nu$ 能量的方式，解釋了 Wien 的公式(12)。(這種解釋的方式使愛氏得到了諾貝爾物理獎。)

由 X-光的實驗知道，頻率越大獲得效果越大，光電效應也可用同樣的方式來解釋。所以第二個刺激量子論的問題是「當我們在火爐前坐了很長一段時間後，為什麼不變成褐色？」Johannes Stark 是位富於幻想和野心的物理學家，他將：

$$\Delta E = h\nu \dots \dots \dots (14)$$

用于二方面：

(1) 將輻射能轉換成原子系統的能量。

(註二)：震盪器在量子論中的能量是 $E = (n + \frac{1}{2}) \omega h$ ，從它的等分定律可得出只有在 $\frac{kT}{h\nu} \gg 1$ 時

其平均能量才可表示成 $E = kT$ 才和古典的結論相似。可參看 F. Reif: Fundamentals of statistical and thermal physics, chap. 7.

(註三)：如果 Hasenöhrl 用了 $\nu = \frac{1}{h} [E(n) - E(n-1)]$ 的關係式，就如註一所指出的，他將會導出 $\phi = hn$ 得到量子論的基本理論。

(註四)：Wien 所提出的模型就是位移定律 $\lambda_m T = \text{const}$ 。此處 λ_m 是含能量最大的波長， T 為此處的溫度。由此我們可以得到黑體輻射能量的分佈情況。而且，令人驚奇的是此模型後來被證明極正確(當然是以量子論的理論來證明。)

(2)將電子的動能轉換成輻射能 (1907)。
這和愛因斯坦的學說很難說有什麼不同。

從(14)式開始到整個量子論，提供了一個方法來計算一個原子系統的能量 $E(n)$ ，一種類似對應原理的提示。

從積分到矩陣

$$\phi = \int p dx = hn \dots \dots (15)$$

是計算一個適應對應原理的能量數值 $E(n)$ 的提示，(假設一個系統和 $\nu(n)$ 有某一特定的關係)。實際頻率 $\nu = \frac{1}{h} [E(n) - E(n - \tau)]$ 當 $E(n)$ 是一個很平滑 (Smooth) 的方程式時，變的越來越和古典頻率 $\nu = \tau \frac{dE}{d\phi}$ 接近了。

從波爾提出對應原理的觀念到 Heisenberg 完成量子力學之間有12年之久。在這段時間內，物理學家們努力不懈，解釋了許多疑難，像反常的 Zeeman 效應，Pauli 定律以及一些基本的量子理論。這些問題很難解決，而且常因探討而產生了更多的迷惑。

相位積分 (phase integration) 的方法不但在計算多物體系統上失敗，(15)式的方法及其推廣到多運動自由度時，也有它內在的矛盾。在計算時，系統的一部份或近似於系統的古典頻率被利用——而這些頻率事實上不存在。只有在利用量子力學時這些頻率才被量子化的頻率所取代。(註五)

另一個內在的矛盾，可以用一個運動自由度的簡單系統顯示，例如一個非簡諧運動的震盪器以(15)式來計算它的能量，我們只用 $V(x) < E$ 的區域來計算 (見圖 2)，可是一個特殊的量子能階的特性，例如它的頻率，是和其他較高或較低的能階有關，也就是和 $V(x) > E$ 的區域也有關。因此在像圖三的系统 中，用(15)式我們可能有不小的偏差。由於這種系統的存在，使我們知道對應原理仍不够完整，因此才得到矩陣量子力學的發展。

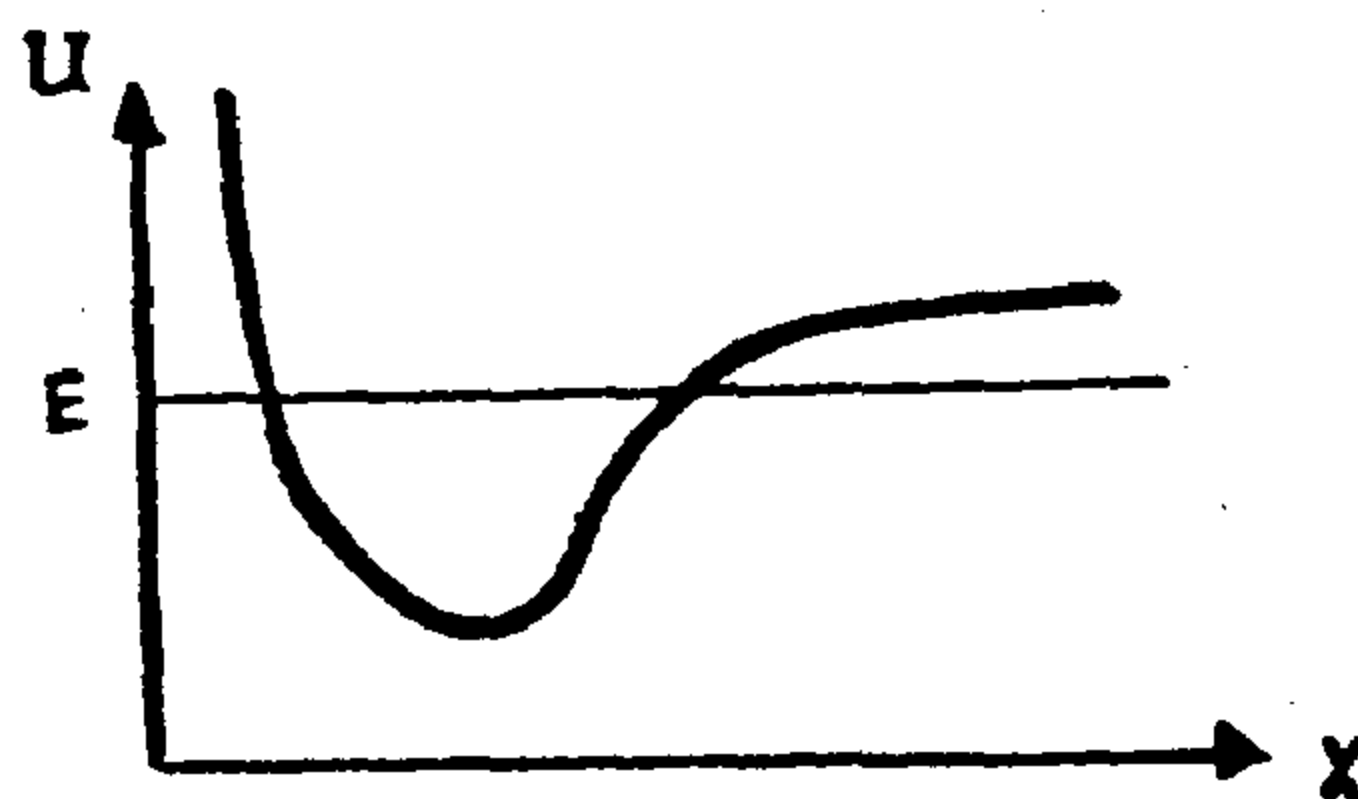


圖 二

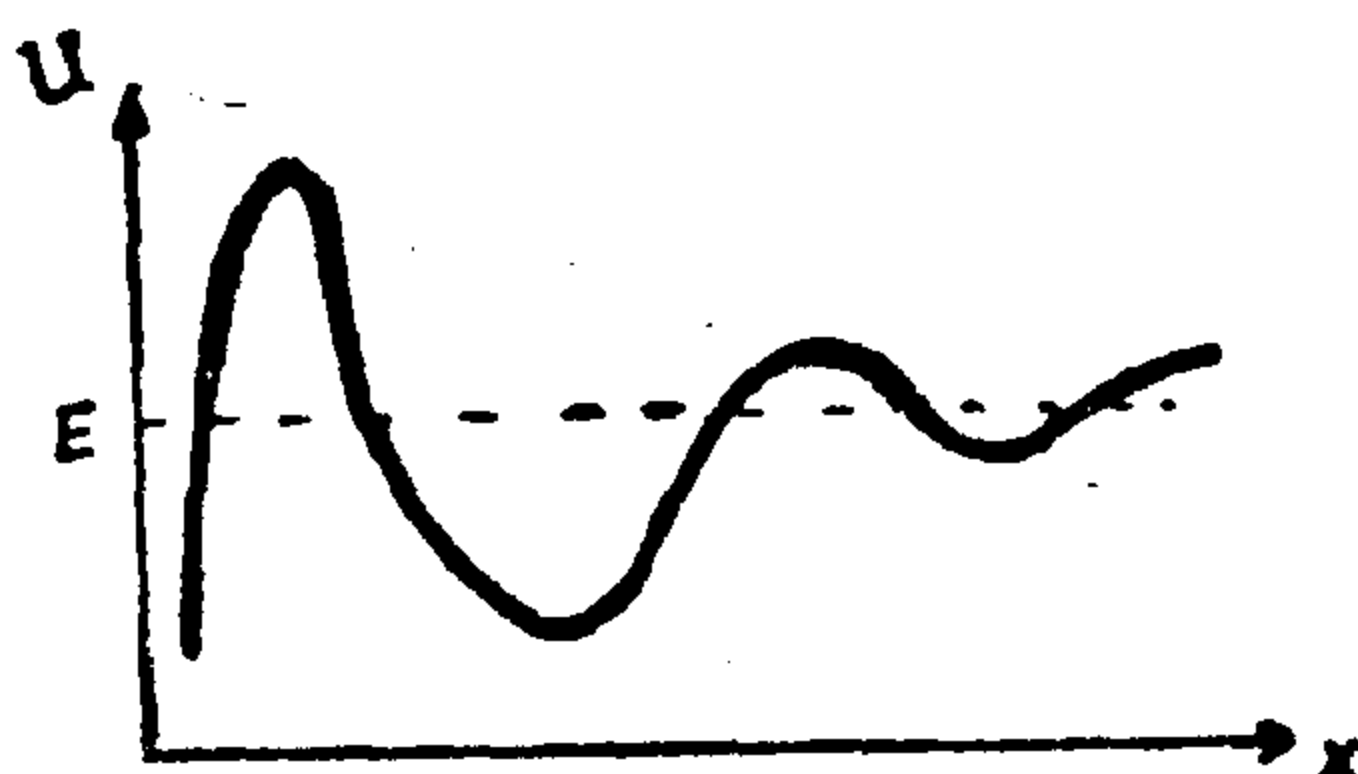


圖 三

從矩陣力學到較物質波量子力學更一般性的公式的過程中，De Broglie 和 Schrödinger 都可以不需要。例如 Paul Dirac 就會用更代數化的方程來嘗試量子力學。Max Born 和 Norbert Wiener 用算子 (Operator) 來代替矩陣，而且，在 1926 年 Born 在美國演講時，一位年輕的聽眾 Carl Eckart 利用 $\hbar \frac{\partial}{i\partial q}$ 代替 P 完成了交換關係 $i(pq - qp) = \hbar$ 。可是不幸的是 Schrödinger 早他一步也完成了同樣的工作。

物質的雙重性

有許多途徑可推到物質的波動理論或場論；實驗告訴我們物質波的干涉；化學力，原子的不連續能階，光的粒子性。可是要獲得物質波很清晰的干涉現象，在技術上比光波或 X-光要困難。要建立一個物質在原子內，很短距離的化學力作用下之運動方程式，是太困難了。

de Broglie 將相位波對應到粒子運動的觀念，顯然是從下列二個原因而產生的：在 1918~22 年

(註五)：古典物理可以說是量子論的近似理論，以在歷史上，我們從它導到量子論，從近似而趨向與正確，這是很自然的。由於古典物理在適當的範圍內仍可適用 (我們可由波爾的對應原理知道)，而且古典的作法要將問題簡化很多，所以，只要有了量子的觀念，上述 Semi classical 的方法譯者認為實在很合物理觀念而沒有什麼矛盾的。

Marcel Brillouin曾經有一個想法，他認為原子的特殊性質和靠近原子核的以太的一個特殊狀態有關。另一個來源是光的粒子性。而 Schrödinger 又受了 de Broglie 的影響。

一個比 Schrödinger 更邏輯的方法，可能從相對論的不變性導出一個非相對性古典物質場論，包括一個像：

$$-\frac{1}{2\lambda}\Delta\Psi + \zeta U\Psi - i\frac{d\Psi}{dt} = 0$$

的場方程式（ U = 電位能， ζ 、 λ 物質常數）。當然它還不能構成一個完整的理論，因為它不包含基本粒子。可是對於一個粒子，帶着 $m = \frac{h}{2\pi\lambda}$ ， $e = \frac{h}{2\pi\lambda}\zeta$ 的常數，上式就是 Schrödinger 方程式了。我們必需知道場的量子化，才能從物質場論發展到多物體的 Schrödinger 方程式。事實上在粒子的量子化發現後就得到場的量子化，而且，必需要從粒子的量子化着手才能得到場的量子化。

為什麼我們不能早些得到物質場論？答案是：愛因斯坦所發現的光的粒子性，在 Compton 效應被發現以前（1922）並不被別的物理學家所重視，而愛氏他本人又熱衷於廣義相對論。所以縱然沒有

上接 48 頁 廣義相對論的幾個實驗

是正與太陽的自轉軸垂直的話（某種程度的偏差），則由牛頓的萬有引力論，亦可求出上述微小的前移現象。當然大家都不願輕易放棄愛因斯坦美妙的理論，對 R. Dieke 的宣布，都抱著有待更加證明的態度。當然 R. Dieke 的宣布不一定是錯的，因此我們要看看這上帝的實驗，能給愛因斯坦重力理論多少程度的支持，我們對太陽的了解太少了，我們只有懷疑這項實驗是否確確實實的證明了相對論。因

de Broglie，物質波仍會被發現，由光的双重性遲早可推出物質的双重性的。

結 論

我們學習科學的歷史是為了更加認識科學的內涵，所以一個問題產生了，一位做老師的應該怎樣教它呢？當然這個答案要看學生的程度和教師的喜好而定，現在仍以量子論來說，我喜歡將物質和光的粒子性及場性相對稱的方式來講述，當然我知道物質的場不如電磁場那樣易於被人接受，可是我認為不以物質場去解釋相對性物質的量子論是不好的。

以邏輯上來說，（非相對性的）量子力學可以由粒子方面單獨建立，可是它也可以單獨由場來建立。在處理問題，大家可能願從粒子方面着手（由粒子的 Canonical 變數，交換關係，Schrödinger 方程式）。可是處理問題和了解問題是不同的，而且了解已不再純是物理了。

——完——

譯者要特別感謝理論物理老師林杉勇先生對本文的修正和所提供的建議。

此我們要一些能在地球上進行的實驗，愛因斯坦會嘆道：「可惜我們沒有一顆恰在大氣外的衛星」，而今我們已有許多人造衛星了，我們對地球環境亦有深刻的了解，而且有這麼多的精確的儀器，看看人造衛星能提供什麼資料吧。

相對論是美妙的；愛因斯坦是天才，但不是上帝，（上帝能證明矛盾等於不矛盾）。除讚佩外，我們一起再鑽牛角尖吧。

參考文獻：

1. Scientific American, May 1959.
2. 民國五十六年暑期科學研討會吳大猷講稿。