

廣義相對論的幾個實驗

貢中元

我們知道愛因斯坦創立廣義相對論的學說，是沒有任何實驗數據做理論基礎的。但是相對論產生了，除了憑著愛因斯坦的天才，我想愛因斯坦對牛頓力學的美妙完整，對牛頓的天才生出的欽慕也是原因之一。一個人對好的作品，除了由衷的讚美外，是更想「求其益善」的，（當然更希望它是不十全的），於是愛因斯坦在這種心理下開始鑽牛角尖了。首先被他鑽通的是「人們日常生活經驗中的歐氏幾何用在天體物理關係間仍是天經地義的嗎？」牛頓假定物理空間是歐氏幾何空間，但歐氏幾何是純抽象的幾何，與物理意義毫無關係。難道有物質存在（不均勻的分布），空間仍有歐氏幾何空間的性質嗎？於是，愛因斯坦放棄牛頓假定的歐氏幾何空間，用里曼（Riemannian）幾何代之，而且利用了這三度空間幾何的性質，替代萬有引力，於是產生了廣義相對論。因此有人說愛因斯坦的引力理論，只是萬有引力的幾何化理論，但愛因斯坦理論對某些現象計算的結果與牛頓力學的結果，有細微的差別。就是有這些差別，我們學物理的人，就不得不重新考慮牛頓力學的正確性，更要確實研究廣義相對論的正確性。是的，現在一般物理學家都相信佩服廣義相對論。然而，物理史上，有許多當時被認為是天經地義的事，常被實驗一舉推翻，在早以前伽利略，質量不同的自由落體實驗，推翻了當時大家都認為「重的物體先著地」的觀念。十年前則有最著名的例子 1 對等性的推翻。因此，我們對相對論，須嚴密的證實後，才能更具信心的將其利用在各種高深的科學上。

愛氏本人也深刻了解這問題，他親自提出了三大實驗來證明他的廣義相對論。以下我所寫的就是這些實驗所具有的物理意義，當然廣義相對論是經過很深的哲學思慮，以及很深的數學處理的。我想由這三個實驗可以看到一些廣義相對論的大概。

第一個實驗，是證明光在引力場之途徑（geodesic）是曲綫的（對歐氏幾何而言），這個實驗主要說明空間的彎曲性，我們知道狹義相對論中著

名的質能互換公式 $E^2 = mc^2$ ，說明了，假如光有光能的話，則可視為有質量，用上牛頓力學這質點（光子）以光速經過龐大的物體應有偏折的，（此項效應只佔下式所有偏角的一半），但加上因物質的存在而產生的空間曲度的影響，則彎曲就應更大了。

愛氏導出於遠處一恆星的光切日球邊緣而達地球；所偏角度的公式， $\alpha = \frac{4kM}{c^2 D}$ ，

α = 彎曲的角度，

M = 太陽的質量 (2×10^{33} gm)

k = 萬有引力常數 (6.67×10^{-8} cm³/gmsec²)

D = 太陽的半徑 (7×10^{10} cm)

$\alpha = \frac{4kM}{c^2 D}$ ，有一半的效應可視為由牛頓力學

而來，（但不等於），另一半的效應相當於空間彎曲現象了。

由以上幾個數據代出 $\alpha = 1.75$ 。

於是科學家們開始做此實驗，在 1919 年，利用全日蝕的機會，在各地測量，在 Sobral 之觀測，得 $\alpha = 1.96 \pm 0.12$ ，與理論值只有 1%—15% 之誤差，以後不斷的實驗，都頗能符合理論值。

第二項實驗，是重力對光的效應，所謂重力紅移（gravitational red shift）效應，在愛因斯坦 1905 年相對論的論文已分析過，當然廣義相對論有更圓滿的論導。

愛氏理論可導出 $\frac{\nu(R) - \nu(\Omega)}{\nu(\Omega)} = \frac{1}{c^2} (\Phi(R) - \Phi(\Omega)) = \frac{kM}{c^2} \left(\frac{1}{\Omega} - \frac{1}{R} \right) - R$ ， Ω 代表二點， $\Phi(R)$ ， $\Phi(\Omega)$ 代表二點的重力場勢（potential） $\nu(R)$ ， $\nu(\Omega)$ 代表二處同一光波的頻率。上式的物理意義，是說，光從勢能低的地方，一到勢能高的地方，它的頻率要降低些，即週期長些。這可以說是在引力場勢不同的地方，時間的度量也就不同，像在地球赤道的時計（鐘），要比兩極的走得快些。

於是大家對上式開始做實驗了，測由太陽表面原子放射出來的光到達地球，其率是否改變。將太陽半徑，質量及引力常數代入得 $\frac{\Delta \nu}{\nu} \approx 2 \times 10^{-6}$

$$\text{即 } \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx 2 \times 10^{-6}, \text{ 如波長為 } 6000 \text{ \AA}$$

則得到紅移為 0.012 Å，（這對近代光譜分析儀器來說是可分析到的），但由於太陽表面變化的複雜，產生許多干擾，這項實驗是很難量出的。

第三項實驗，是宇宙天然存在的實驗，即著名的水星近日點（perihelion）的移動，在 19 世紀中，我們可以說只在為上帝做的實驗記 Dada，而毫無能力解釋它。

1845 年法國天文學家首先注意到水星不規則的運動情形，同時有人觀察出，水星近日點以每世紀 574 秒弧的進度移動，除掉其他行星對水星的影響約每世紀 531 秒弧，而得到理論與觀察有每世紀 43 秒弧之差，這 43 秒弧已算是很大的數值，不可忽略，這在，牛頓力學無法解釋，直到愛因斯坦的引力說提出後，才能補上這 43 秒弧。

愛因斯坦的引力理論（在他種種假設下）導出的運動方程式。

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = \frac{\gamma m^2 M}{l^2} + \frac{3\gamma M}{c^2} u^2 \quad (A) \quad (u = \frac{1}{r},$$

r 為二星體間之距離)

與牛頓力學所導出的方程式

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = \frac{\gamma m^2 M}{l^2} \quad (B)$$

有一個微小的差別（ u^2 是很小的量），但這一微小的差別，卻能夠圓滿的解釋那巨大的「每世紀 43 秒弧」，當然從 A 式得到 43 秒弧還有一段複雜的數學處理過程。而且 A 式的導出，是運用到很繁的張量（Tensor）運算，而且每一步驟，都有其物理意義，我們暫不追究了。

讓我們來看看(A)、(B)兩式不同的部分，倒底是由那些物理現象所影響的。

我們必須先知道相對論在基本上有那些特殊的地方。第一點是有關「度量」意義的問題，（是很高深的哲學論述）。因此有時間的縮短，質量的變化等現象。

第二點：是光速的有限性及不變性，所以導致任何訊號之傳遞不能超過光速（除了人的思想以外，人在回意的時候），因此重力的作用只能假設為

與光速相等，在天體間的問題，重力的傳遞要經過一段時間的。

大約估計起來，(A)、(B)二式之差，有三分之一是由於時間縮短的影響，有三分之二是受質量變化的影響，這可算只是狹義相對論的影響，有一半是由於廣義相對論的影響，可以看作是由於重力傳遞有限性的影響。似乎好像都只受狹義相對論的影響，但這些性質都是廣義相對論的基礎。

現在我們稍可看出相對論力學與牛頓力學的差別，從電動力學中正可找出類似「僥倖類似」的現象，來幫助解釋這不同差別。在二個荷電靜止的帶電體中，彼此間只有靜電力的作用，正好有與距離的平方成反比的定律，這與牛頓的力學的萬有引力有「雙胞胎」般的相似，要注意只是相似，但雙胞胎還是兩個。但兩個處於互相運動的電荷，其力場狀況就不同了，二電荷間不但有電場作用的電力，還加上了磁場作用的磁力，愛因斯坦的相對力學，好像就多考慮了這磁場的作用了。（注意；這是幫助了解，千萬不要混淆了。）

總之，以上三個實驗，除第一個實驗，我們要找到太陽這麼大的質點，才產生那末微小的效應，在地球上無法做到的。我們又「好像」有看上帝做實驗的感覺，所得到的數據都頗能支持相對論，雖然不如看到大球、小球同時落地那麼透徹。但是不得不承認這是廣義相對論小小成功的地方。

第二項實驗，我們甚至連上帝的實驗數據都記不下來，當然不能證明相對論，但隨人類知識的增進，實驗技術經驗的進步，在 1959—1960 年，哈佛大學的兩位教授，利用 Fe^{57} 原子核放射線的 Mössbauer 效應，證實了重力紅移效應，這是人類對愛因斯坦的相對論，所做的最切身實際的實驗，愛因斯坦地下有知，會駕著等光速火箭，來謝謝這二位教授。（廢話，不起光速，他永遠謝不到）

第三項實驗一直都被認為是廣義相對論最有力的佐證，在 1967 年初，美國普林斯頓大學，R. Dicke 宣布他所作的觀察度量的結果，認為水星近日點的前移，可有另外的解釋。他觀察的結果，證明太陽不是正圓形。我們看看假如太陽是自轉的話，他是不是也像地球一樣是扁的呢？（直覺判斷應該是扁的，但要證明）。而且如果水星繞太陽的軌道面不

Marcel Brillouin曾經有一個想法，他認為原子的特殊性質和靠近原子核的以太的一個特殊狀態有關。另一個來源是光的粒子性。而 Schrödinger 又受了 de Broglie 的影響。

一個比 Schrödinger 更邏輯的方法，可能從相對論的不變性導出一個非相對性古典物質場論，包括一個像：

$$-\frac{1}{2\lambda}\Delta\Psi + \zeta U\Psi - i\frac{d\Psi}{dt} = 0$$

的場方程式（ U = 電位能， ζ 、 λ 物質常數）。當然它還不能構成一個完整的理論，因為它不包含基本粒子。可是對於一個粒子，帶着 $m = \frac{h}{2\pi}\lambda$ ， $e = \frac{h}{2\pi}\zeta$ 的常數，上式就是 Schrödinger 方程式了。我們必需知道場的量子化，才能從物質場論發展到多物體的 Schrödinger 方程式。事實上在粒子的量子化發現後就得到場的量子化，而且，必需要從粒子的量子化着手才能得到場的量子化。

為什麼我們不能早些得到物質場論？答案是：愛因斯坦所發現的光的粒子性，在 Compton 效應被發現以前（1922）並不被別的物理學家所重視，而愛氏他本人又熱衷於廣義相對論。所以縱然沒有

de Broglie，物質波仍會被發現，由光的双重性遲早可推出物質的双重性的。

結 論

我們學習科學的歷史是爲了更加認識科學的內涵，所以一個問題產生了，一位做老師的應該怎樣教它呢？當然這個答案要看學生的程度和教師的喜好而定，現在仍以量子論來說，我喜歡將物質和光的粒子性及場性相對稱的方式來講述，當然我知道物質的場不如電磁場那樣易於被人接受，可是我認爲不以物質場去解釋相對性物質的量子論是不好的。

以邏輯上來說，（非相對性的）量子力學可以由粒子方面單獨建立，可是它也可以單獨由場來建立。在處理問題，大家可能願從粒子方面着手（由粒子的 Canonical 變數，交換關係，Schrödinger 方程式）。可是處理問題和了解問題是不同的，而且了解已不再純是物理了。

——完——

譯者要特別感謝理論物理老師林杉勇先生對本文的修正和所提供的建議。

上接 48 頁 廣義相對論的幾個實驗

是正與太陽的自轉軸垂直的話（某種程度的偏差），則由牛頓的萬有引力論，亦可求出上述微小的前移現象。當然大家都不願輕易放棄愛因斯坦美妙的理論，對 R. Dieke 的宣布，都抱著有待更加證明的態度。當然 R. Dieke 的宣布不一定是錯的，因此我們要看看這上帝的實驗，能給愛因斯坦重力理論多少程度的支持，我們對太陽的了解太少了，我們只有懷疑這項實驗是否確確實實的證明了相對論。因

此我們要一些能在地球上進行的實驗，愛因斯坦會嘆道：「可惜我們沒有一顆恰在大氣外的衛星」，而今我們已有許多人造衛星了，我們對地球環境亦有深刻的了解，而且有這麼多的精確的儀器，看看人造衛星能提供什麼資料吧。

相對論是美妙的；愛因斯坦是天才，但不是上帝，（上帝能證明矛盾等於不矛盾）。除讚佩外，我們一起再鑽牛角尖吧。

參考文獻：

1. Scientific American, May 1959.
2. 民國五十六年暑期科學研討會吳大猷講稿。